**Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - USP**
**Prof. Murilo F. Tomé**

**1º Trabalho Prático - MÉT. ITERATIVOS SIST. LINEARES - ENTREGAR DIA DA PROVA P1 - 15/10**

Considere a matriz pentadiagonal $A$, de dimensão $n$, definida por $(I)$.

$$(I) \quad \begin{cases} a_{i,i} = 5, \ i = 1, 2, \cdots, n, \\ a_{i,i+1} = -1, \ i = 1, 2, \cdots, n-1, \\ a_{i+1,i} = -1, \ i = 1, 2, \cdots, n-1, \\ a_{i,i+3} = -1, \ i = 1, 2, \cdots, n-3, \\ a_{i+3,i} = -1, \ i = 1, 2, \cdots, n-3, \\ a_{i,j} = 0 \quad \text{no restante.} \end{cases}$$

Por exemplo, para $n = 6$ a matriz $A$ toma a forma:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 5 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

Pode-se mostrar que essa matriz é SPD. Considere o método iterativo de Gauss-Seidel

$$x_i^{(k+1)} = \left[ b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j^{(k)} \right] / a_{ii} \ , \qquad i = 1, 2, \cdots, n, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots$$

**a)** Escreva um subprograma que, tendo como dados de entrada uma matriz real $A$, um vector real $\mathbf{b}$, um inteiro $n$, uma constante real $\epsilon$ e uma constante inteira $itmax$, utiliza o método de Gauss-Seidel e obtém aproximações $\mathbf{x}^{(k+1)}$ da solução do sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, até que $\|\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}\|_\infty \leq \epsilon$.

A variável $itmax$, determina o número máximo de iterações permitida. Se $((k+1) > itmax)$ parar o programa e imprimir mensagem: METODO GAUSS-SEIDEL DIVERGIU.

**b)** Para testar o programa, faça $n = 50, 100$ e $b_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}, \ i = 1, \ldots, n, \ \epsilon = 10^{-8}$ e $itmax = 5n$ e execute o programa. A solução obtida deve ser $x_i = 1, i = 1, 2, \ldots, n$.

**c)** Utilizando o subprograma desenvolvido no ítem **a)**, resolva o sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ onde $A$ é a matriz definida pelas equações (I) e $\mathbf{b}$ é o vector definido por $b_i = 1.0/i, \ i = 1, 2, \ldots, n$.

Considere o caso $n = 500$ e $\epsilon = 10^{-8}$. Partindo da aproximação inicial $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{0}$ obtenha a solução do sistema linear pelo método de Gauss-Seidel.

Deve-se também escrever uma função para calcular a norma infinita de um dado vetor e usa-lo para calcular
$\|\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}\|_\infty$.

OBSERVAÇÕES:

1. O trabalho pode ser feito em grupo com até 3 alunos.
2. Grupos com 4 ou mais alunos não serão considerados.
3. A avaliação do trabalho será feita conforme os items:

   i) português, estrutura do trabalho, estrutura do código (2 PONTO)

   ii) introdução do trabalho (explicação do problema e do método numérico) (2 PONTOS)

   iii) resultados (correção e detalhamento) (3 PONTOS)

   iv) implementação (correção e adequação do código ao problema proposto) (3 PONTOS)

**(v) O TRABALHO DEVE SER ENTREGUE IMPRESSO E INCLUIR OS RESULTADOS OBTIDOS**