

4ª Lista de Exercícios: Sistemas não-Lineares e AUTO-VALORES

1. Pretende-se resolver pelo método de Newton o seguinte sistema de equações não-lineares

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2(x_3 + 1) = 10 \\ 3(x_2 + 1) + x_3^2 = 11 \\ 3x_1 + x_3^2 = 9 \end{cases}$$

tomando como aproximação inicial $\mathbf{x}^{(0)} = [3 \ 2 \ 1]^T$.

- a) Mostre que o sistema linear $A\mathbf{v} = \mathbf{b}$ a ser resolvido para se obter $\mathbf{x}^{(1)}$ é tal que

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}. \quad \text{Obtenha ainda o vetor } \mathbf{b}.$$

- b) Resolva o sistema linear obtido em a), pelo método de eliminação de Gauss com **pesquisa parcial de pivot**, e obtenha $\mathbf{x}^{(1)}$.

2. Calcule as três primeiras iterações do método das potências aplicado as matrizes:

$$A. \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 4 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad B. \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad C. \begin{bmatrix} -4 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -2 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{Use } \mathbf{x}^{(0)} = [-1, \ 2, \ 1]^T$$

$$\text{Use } \mathbf{x}^{(0)} = [1, \ -2, \ 0, \ 3]^T$$

$$\text{Use } \mathbf{x}^{(0)} = [0, \ 0, \ 0, \ 1]^T$$

3. Pretende-se resolver pelo método de Newton o sistema de equações não lineares

$$\begin{cases} e^x - 3 = 0 \\ 3y + 4z = 3 \\ 2x^2 + 2x + 2z = 1 \end{cases}$$

- (a) Tomando como aproximação inicial $[x_0, y_0, z_0]^T = [0, 1, 2]^T$, ao efetuar uma iteração pelo método de Newton, somos conduzidos a resolver um certo sistema de equações lineares. Obtenha esse sistema linear?
- (b) Resolva o sistema de equações lineares obtido na alínea (a), utilizando o método de DOOLITTLE e obtenha a aproximação $\mathbf{x}^{(1)}$.