

1º Trabalho Prático - MÉT. ITERATIVOS SIST. LINEARES - ENTREGAR DIA
 DA PROVA P1 - **16/10**

Considere a matriz pentadiagonal A , de dimensão n , definida por (I).

$$(I) \quad \begin{cases} a_{i,i} = 5, & i = 1, 2, \dots, n, \\ a_{i,i+1} = -1, & i = 1, 2, \dots, n-1, \\ a_{i+1,i} = -1, & i = 1, 2, \dots, n-1, \\ a_{i,i+3} = -1, & i = 1, 2, \dots, n-3, \\ a_{i+3,i} = -1, & i = 1, 2, \dots, n-3, \\ a_{i,j} = 0 & \text{no restante.} \end{cases}$$

Por exemplo, para $n = 6$ a matriz A toma a forma:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 5 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

Pode-se mostrar que essa matriz é SPD. Considere o método iterativo de Gauss-Seidel

$$x_i^{(k+1)} = \left[b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}x_j^{(k)} \right] / a_{ii}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

a) Escreva um subprograma que, tendo como dados de entrada uma matriz real A , um vector real $\mathbf{b}$, um inteiro n , uma constante real ϵ e uma constante inteira $itmax$, utiliza o método de Gauss-Seidel e obtém aproximações $\mathbf{x}^{(k+1)}$ da solução do sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, até que $\|\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}\|_\infty \leq \epsilon$.

A variável $itmax$, determina o número máximo de iterações permitida. Se $((k+1) > itmax)$ parar o programa e imprimir mensagem: METODO GAUSS-SEIDEL DIVERGIU.

b) Para testar o programa, faça $n = 50, 100$ e $b_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}$, $i = 1, \dots, n$, $\epsilon = 10^{-8}$ e $itmax = 5n$ e execute o programa. A solução obtida deve ser $x_i = 1, i = 1, 2, \dots, n$.

c) Utilizando o subprograma desenvolvido no item a), resolva o sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ onde A é a matriz definida pelas equações (I) e $\mathbf{b}$ é o vector definido por $b_i = 1.0/i$, $i = 1, 2, \dots, n$.

Considere o caso $n = 500$ e $\epsilon = 10^{-8}$. Partindo da aproximação inicial $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{0}$ obtenha a solução do sistema linear pelo método de Gauss-Seidel.

Deve-se também escrever uma função para calcular a norma infinita de um dado vetor e usa-lo para calcular

$$\|\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}\|_\infty.$$

OBSERVAÇÕES:

1. O trabalho pode ser feito em grupo com até 3 alunos.
2. Grupos com 4 ou mais alunos não serão considerados.
3. A avaliação do trabalho será feita conforme os itens:
 - i) português, estrutura do trabalho, estrutura do código (2 PONTO)
 - ii) introdução do trabalho (explicação do problema e do método numérico) (2 PONTOS)
 - iii) resultados (correção e detalhamento) (3 PONTOS)
 - iv) implementação (correção e adequação do código ao problema proposto) (3 PONTOS)
 - (v) O TRABALHO DEVE SER ENTREGUE IMPRESSO E INCLUIR OS RESULTADOS OBTIDOS