SME0602 - Eng. Comp. - 10/10/2017

Nome:

No. USP:

Prova 3: Mínimos quadrados

1. **(3 pontos)** Determinar o polinômio de primeiro grau $p^*(x) = a^* x + b^*$ que melhor aproxima a função $f(x) = x^3$ considerando o produto escalar

$$(f, g) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx \ .$$

Seja $D \in \mathbb{R}^{m \times N}$ uma matriz de dados ($m \gg 1$). A quantidade representada numa coluna i qualquer será chamada de d_i (e.g., superfície, preço, etc.).

2. **(4 pontos)** Diga se é verdadeiro ou falso que cada um dos seguintes códigos Octave ajustam a coluna `r` como um polinômio de primeiro grau das colunas `j` e `k`, i.e.,

$$d_r \simeq a + b\, d_j + c\, d_k \ ,$$

e calculam o valor do ajuste no ponto $d_j = 100$, $d_k = 1000$. Os códigos podem ser errados por dar o resultado errado ou por conter erros de programação. O ajuste desejado é por quadrados mínimos, com o produto escalar usual. Os dados de entrada são `m`, `D`, `r`, `j` e `k`. O valor do ajuste deve estar na variável de saida `val`.

(a)
```
A=[ones(m,1),D(:,j),D(:,k)];
b=D(:,r);
x=A\b;
val=x'*[1;100;1000];
```
(b)
```
A=[D(:,j),D(:,k),ones(m,1)];
b=D(:,r);
x=A\b;
val=x'*[100;1000;1];
```
(c)
```
A=[ones(m,1),D(:,j),D(:,k)];
b=D(:,r);
x=A\b;
val=[1 100 1000]*x;
```
(d)
```
A=[ones(m,1),D(:,j),D(:,k)];
B=A'*A;
b=A'*D(:,r);
x=B\b;
val=[1 100 1000]*x;
```

3. **(3 pontos)** Se sabe que as colunas 1 a k de `D` são linearmente independentes. Se deseja calcular a projeção da coluna r sobre o espaço gerado pelas colunas 1 a k. Para isto, se desenvolveu o seguinte código:

```
A=D(:,1:k);
[Q R]=qr(A);
M=**************;
p=M*M'*D(:,r);
```

Que deve ser programado em ********** para que `p` tenha o vetor desejado?

4. **(2 pontos)** Responder Verdadeiro ou Falso, sendo A matriz $m \times n$ ($m > n$) e $A = QR$ sua fatoração QR:

(a) É necessário que A seja de posto completo para que as primeiras m colunas de Q sejam base de $\mathrm{Im}(A)$.

(b) Se A é de posto completo e $b \in \mathbb{R}^m$ arbitrário, a projeção de b sobre $\mathrm{Im}(A)$ é dada por

```
[Q R]=qr(A);
pb=Q(:,1:n)*Q(:,1:n)'*b;
```