

SME0602 - 2017
Gustavo Buscaglia

Lista - Solução numérica de equações não lineares

Material complementar de estudo: Slides do prof. Afonso Paiva.

Lembrete: O método de Newton é implementado em Octave como

```
k=1; x=x0; err=1e+10;
while ((k<=kmax) && (err > tol))
    f = .....;
    J = .....;
    dx = -J\ f;
    err = .....;
    x = x + dx;
    k = k + 1;
endwhile
```

onde f e J correspondem à função cujo zero se quer determinar e à sua matriz Jacobiana, respectivamente.

Variantes do método de Newton substituem J por outras matrizes, tais como aproximações de diferenças finitas da Jacobiana, ou aproximações de posto reduzido.

A função de Octave `fsolve(@f,x0)` determina o zero a partir do ponto x_0 utilizando essas técnicas.

-
1. Que deve ser programado nas partes faltantes do código acima para que seja resolvida a equação

$$f(t) = \sin(\omega_1 t + \phi_1) - \sin(\omega_2 t + \phi_2) ,$$

determinando-se o tempo t^* no qual esses dois sinais senoidais coincidem?

Resposta: Considere o seguinte código (arquivo exemplo.m no site):

```
m1=10; phi1=pi/3;
om2=13; phi2=-pi/5; x0=0;
k=1; x=x0; err=1e+10; tol=1e-10; kmax=10;
while ((k<=kmax) && (err > tol))
    f=sin(om1*x+phi1)-sin(om2*x+phi2);
    J=cos(om1*x+phi1)*om1-cos(om2*x+phi2)*om2;
    dx = -J\ f;
    err = norm(dx);
    x=x+dx;
    k=k+1;
endwhile
```

Ele se corresponde com o problema solicitado, tendo-se implementado o critério de parada conhecido como “erro absoluto”.

2. Como deve ser modificado o código da resposta anterior para implementar os critérios de parada de “erro relativo” e de “teste do resíduo”?

3. Escrever um código baseado no método de Newton para calcular a raiz n -ésima de um número positivo a , utilizando apenas somas, subtrações, multiplicações, divisões e potências inteiras.

Resposta: Se a solução $z = a^{1/n}$, então $z^n = a$ e portanto z é zero da função

$$f(x) = x^n - a ,$$

cujas derivada é $f'(x) = n x^{n-1}$. Tanto f quanto f' podem ser calculadas sem calcular potências fracionárias. Assim, o método de Newton satisfaz o pedido. O resto fazer por conta...

4. Escrever um código baseado no método de Newton que, dados tres pontos a , b e c no plano (como vetores coluna), calcule o centro z da circunferência que passa por eles.
5. Considere duas curvas senoidais no plano:

$$\begin{aligned} C_1 &= \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid x_2 = \sin(\omega_1 x_1 + \phi_1)\} , \\ C_2 &= \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 = \sin(\omega_2 x_2 + \phi_2)\} . \end{aligned}$$

Faça um código que determine pelo método de Newton um ponto $z \in \mathbb{R}^2$ pertencente a ambas curvas.

Resposta: É possível utilizar o código básico do Lembrete, como mostrado no arquivo exemplo2.m no site, sendo

```
f = [x(2)-sin(om1*x(1)+phi1);
      x(1)-sin(om2*x(2)+phi2)];
J = [ -cos(om1*x(1)+phi1)*om1, 1;
      1, -cos(om2*x(2)+phi2)*om2 ];
```

6. Escreva um código baseado no método de Newton que, dadas as posições tridimensionais a , b e c (como vetores coluna) de três emissores, e dadas as distâncias da , db e dc de uma posição incógnita z a cada um deles, determine a localização de z .
7. Dados dois pontos a e d no plano (como vetores coluna) e um real positivo ℓ , escreva um código que determine pelo método de Newton outros dois pontos b e c tais que a poligonal $\overline{abcd}$ tenha todos seus segmentos de comprimento ℓ .

Boa prática!