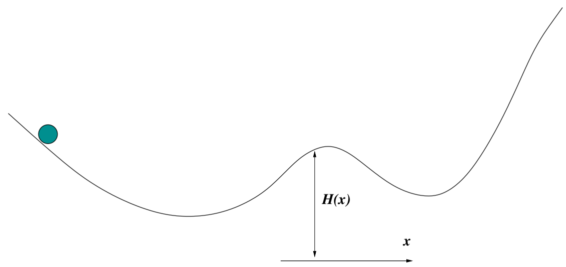
SME0306 - 2013

Gustavo Carlos Buscaglia

ICMC - Ramal 738176
gustavo.buscaglia@gmail.com

Prova 8 (15 de outubro de 2013)

Seja uma partícula pontual de massa m que está apoiada sobre uma curva (por simplicidade estamos considerando um caso 2D em vez de 3D) dada pela função $H(x)$, como mostrado na figura.



1. (4 pontos) Suponha conhecida a função $H(x)$ e a massa m da partícula. Denota-se com $X(t)$ a função que dá a posição horizontal x da partícula como função do tempo t.

   Então, se a partícula recebe uma força tangencial $P(t)$ conhecida, pode ser demonstrado (exercício) que $X(t)$ satisfaz a equação

$$m \left(\frac{H'(X(t))\, H''(X(t))\, X'(t)^2}{(1 + H'(X(t))^2)^{\frac{1}{2}}} + \left(1 + H'(X(t))^2\right)^{\frac{1}{2}} \; X''(t) \right) = P(t) \qquad (*)$$

   (mais complexo do que imaginava, não é?). A expressão entre parénteses que multiplica à massa é a *aceleração tangencial.*

   Definindo $\underline{y}(t) = (X(t), X'(t))^T$, isto é, definindo $y_1(t) = X(t)$ e $y_2(t) = X'(t)$, encontre uma função $\underline{f}(t, \underline{z})$ tal que

$$\underline{y}'(t) \;=\; \underline{f}\,(t, \underline{y}(t))$$

$\underline{f}(t, \underline{z}) \;=$	

2. (3 pontos) A partir de $(*)$, podemos deduzir que $X(t)$, quando $H(x) = x^2$, $m = 1$ e $P(t) = 0$, satisfaz a equação:

   (a) $4\, X(t)\, X'(t)^2 + [1 + 4\, X(t)^2]\, X''(t) = 0$. esse
   (b) $4\, X(t)\, X'(t)^2 + [1 + 4\, X'(t)^2]\, X''(t) = 0$.
   (c) $X(t)\, X'(t)^2 + [1 + 4\, X'(t)^2]\, X''(t) = 0$.
   (d) $4\, X(t)\, X'(t)^2 - [1 + 4\, X'(t)^2]\, X''(t) = 0$.
   (e) $X(t)\, X'(t)^2 + [1 + X(t)^2]\, X''(t) = 0$.
   (f) $X(t)\, X'(t)^2 - [1 + X(t)^2]\, X''(t) = 0$.
   (g) $4\, X(t)\, X'(t)^2 + [1 + X'(t)^2]\, X''(t) = 0$.
   (h) Nenhuma das anteriores. A expressão correta é

3. (3 pontos) Suponha agora outro problema diferente, no qual por medir-se desde um satélite, se conhece a função $X(t)$.

   Então a aceleração *vertical* da partícula ao tempo t vale

   (a) $A_y(t) = H''(X(t))\, X'(t)^2 - H'(X(t))\, X''(t)$.
   (b) $A_y(t) = H''(X(t))\, X'(t) + H'(X(t))^2\, X''(t)$.
   (c) $A_y(t) = H''(X(t))\, X'(t) - H'(X(t))^2\, X''(t)$.
   (d) $A_y(t) = -H''(X(t))\, X'(t) + H'(X(t))^2\, X''(t)$.
   (e) $A_y(t) = -H''(X(t))\, X'(t) - H'(X(t))^2\, X''(t)$.
   (f) $A_y(t) = H''(X(t))\, X'(t)^2 + H'(X(t))\, X''(t)$. esse
   (g) Nenhuma das anteriores. A expressão correta é $A_y(t) =$