

SME0306 - 2013
Gustavo Carlos Buscaglia

ICMC - Ramal 738176
gustavo.buscaglia@gmail.com

Prova 4 (17 de setembro de 2013)

1. Responder a dimensão de cada um dos espaços vetoriais de funções a seguir. *No caso que o conjunto proposto não seja um espaço vetorial, responder “Não”.*

- (a) O conjunto P_4 dos polinômios de grau ≤ 4 .

Resposta:	5
-----------	---

- (b) O subconjunto de P_4 formado apenas por aqueles polinômios que valem zero em $x = 7$.

Resposta:	4
-----------	---

- (c) O subconjunto de P_4 formado apenas por aqueles polinômios que valem 7 (sete) em $x = 0$.

Resposta:	Não
-----------	-----

- (d) O conjunto C de funções que são constantes por partes, tendo um valor a arbitrário para todo x negativo e outro valor b arbitrário para $x \geq 0$.

Resposta:	2
-----------	---

- (e) O subconjunto de C (do item d) composto por aquelas funções cujo valor para $x < 0$ é diferente do valor para $x > 0$.

Resposta:	Não
-----------	-----

- (f) O subconjunto de C (do item d) composto por aquelas funções cujo valor para $x < 0$ é o dobro do valor para $x > 0$.

Resposta:	1
-----------	---

- (g) O subconjunto de C (do item d) composto por aquelas funções que são contínuas em $x = 0$.

Resposta:	1
-----------	---

- (h) O subconjunto de C (do item d) composto por aquelas funções cujo valor para $x < 0$ é menor em uma unidade ao valor para $x > 0$ (i.e.; $a = b - 1$).

Resposta:	Não
-----------	-----

2. Procura-se uma interpolada polinomial cúbica *com apenas potências ímpares de x* que passe pelos pontos $(1, 1)$ e $(3, 19)$. Calcule o valor desta interpolada em $x = 2$.

Resposta:	$p(2) = 6$
-----------	------------

Para pensar:

O velho e esperto banqueiro Shamir tinha como clientes a três irmãos que eram sócios mas desconfiavam muito um do outro. Os nomes dos irmãos eram Segundo, Tércio e Quarto.

Eles queriam abrir uma conta no banco de Shamir, mas queriam ter certeza de que nenhum deles conseguiria retirar o dinheiro sem o consentimento de no mínimo um dos outros. Porém, era praticamente impossível que dois deles pudessem ir juntos ao banco quando precisarem retirar dinheiro, já que eram homens muito ocupados e viajantes incansáveis.

Segundo, Tércio e Quarto não aceitaram nenhuma das propostas tradicionais. Que para dar dinheiro da conta ao Segundo fosse necessária e suficiente uma autorização assinada pelo Tércio ou o Quarto, por exemplo, era uma proposta inaceitável. Porquê? Porque por um lado a assinatura podia ser falsa, claro. E também, por outro lado, porque as vezes o Tércio poderia estar mesmo de acordo com que Segundo retirasse o dinheiro, mas estava muito longe dele como para poder lhe dar um papel assinado. Algo mais prático e que funcionasse eletronicamente era necessário para que o velho Shamir pudesse satisfazer a esses clientes exigentes.

Então, o esperto Shamir formulou a proposta seguinte: “Meus amigos, vamos fazer assim: Vocês irão manter atualizados seus celulares com meu secretário Vitor. Toda semana, Vitor gerará uma chave de segurança para sua conta, que será um número secreto s . Vitor também gerará um outro número aleatório m . Com esses dois números resultará definida uma única função $f(x) = mx + s$.

Inspirado nos seus nomes, o Vitor então enviará o valor dessa função secreta no ponto $x = 2$ para o Segundo, sendo que o valor $f(x = 3)$ será enviado para o Tércio e o valor $f(x = 4)$ será enviado para o Quarto.

Assim, quaisquer dois de vocês poderão trocar informação e deduzir o valor do número secreto s . Se alguém se apresentar com o número correto, o dinheiro será liberado na hora.”

Responda:

1. Faz sentido a proposta de Shamir? Os irmãos podem ficar tranquilos que se e só se dois ou mais deles estiverem de acordo será o dinheiro disponibilizado?
2. Suponha que Segundo recebeu o número a e Quarto o número b ... qual é o número secreto s como função de a e b ?
3. Os irmãos tiveram a ótima ideia de incorporar um primo deles, de nome Quinto, à sociedade. Eles querem agora que para movimentar o dinheiro seja indispensável o acordo de no mínimo **três** deles, e com esse pedido se apresentaram ao Shamir. O Shamir respondeu: “Sem problemas, meus amigos, faremos exatamente a mesma coisa só que com uma parábola em vez de uma reta”. E tudo deu certo... Pode explicar como modificou o procedimento o velho Shamir para satisfazer a seus clientes?