SME0306 - 2013

Gustavo Carlos Buscaglia

ICMC - Ramal 738176
gustavo.buscaglia@gmail.com

Prova 3 (10 de setembro de 2013)

---

1. Seja a integral

$$I = \int_0^4 f(x)\, dx \qquad \text{sendo } f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq \pi \\ 1 & \text{se } x > \pi \end{cases}$$

e sejam I_1 a aproximação pelo método dos retângulos e I_2 a aproximação pelo método dos trapézios, sempre com subintervalos de comprimento h. Responder se verdadeiro ou falso:

(a) $|I - I_1| = O(h)$.V
(b) $|I - I_1| = O(h^2)$.F
(c) $|I - I_1| = O(h^3)$.F
(d) $|I - I_2| = O(h)$.V
(e) $|I - I_2| = O(h^2)$.F
(f) $|I - I_2| = O(h^3)$.F

2. Seja f uma função suave e limitada. Responda se verdadeiro ou falso:

(a) $f(x + \frac{h}{2}) = \frac{1}{2}(f(x) + f(x + h)) + O(h)$.V
(b) $f(x + \frac{h}{2}) = \frac{1}{2}(f(x) + f(x + h)) + O(h^2)$.V
(c) $f(x + \frac{h}{2}) = \frac{1}{2}(f(x) + f(x + h)) + O(h^3)$.F
(d) $f(x + \frac{h}{4}) = \frac{1}{2}(f(x) + f(x + h)) + O(h)$.V
(e) $f(x + \frac{h}{4}) = \frac{1}{2}(f(x) + f(x + h)) + O(h^2)$.F
(f) $f(x + \frac{h}{4}) = \frac{3}{4}f(x) + \frac{1}{4}f(x + h)) + O(h^2)$.V
(g) $f(x + \frac{h}{4}) = \frac{1}{4}f(x) + \frac{3}{4}f(x + h)) + O(h^2)$.F
(h) $f'(x) = \frac{1}{h}(f(x + h) - f(x)) + O(h)$.V
(i) $f'(x) = \frac{1}{h}(f(x + h) - f(x)) + O(h^2)$.F
(j) $f'(x + \frac{h}{2}) = \frac{1}{h}(f(x + h) - f(x)) + O(h^2)$.V
(k) $f'(x + \frac{h}{2}) = \frac{1}{h}(f(x + h) - f(x)) + O(h^3)$.F
(l) Para todo θ,

$$\frac{1}{h}(f(x + h) - f(x)) = f'(x + \theta\, h) + O(h^2)$$

F

(m) $\frac{1}{h^2}(f(x + h) - f(x - h)) = f'(x) + O(h^2)$. F
(n) $\frac{1}{2h}(3f(x+h) - 4f(x) + f(x - h)) = f'(x) + O(h^2)$.F
(o) $\frac{1}{2h}(3f(x) - 4f(x-h) + f(x-2h)) = f'(x) + O(h^2)$.V
(p) $\frac{1}{2h}(3f(x+h) - 4f(x) + f(x-h)) = f'(x+h) + O(h^2)$.V