

**SME0306 - 2013**  
**Gustavo Carlos Buscaglia**

ICMC - Ramal 738176  
 gustavo.buscaglia@gmail.com

**Prova 11** (3 de dezembro de 2013)

1. **(3 pontos)** Se deseja calcular a distância entre as funções  $f$  e  $g$  a partir do produto escalar  $\langle \cdot, \cdot \rangle$ , sendo

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 2 \\ 2 & \text{se } x \geq 2 \end{cases} \quad (1)$$

$$g(x) = x \quad (2)$$

$$\langle u, v \rangle = \int_1^3 x u(x) v(x) dx \quad (3)$$

**Responda:** Qual a distância  $\mathcal{D}(f, g)$ ? Responda um número, simplesmente. Mas se você achar que a definição (3) não define um produto escalar razoável e que a distância não está bem definida, então responda “Não é produto escalar”.

$\mathcal{D}(f, g) =$	
-----------------------	--

2. **(2 pontos)** Calcular a função **constante**

$$F^*(x) = C^*$$

que aproxima por mínimos quadrados a função  $f$  definida em (1) com o produto escalar

$$\langle u, v \rangle = \int_1^3 x^2 u(x) v(x) dx$$

**Responda:** Qual o valor de  $C^*$ ?

$C^* =$	
---------	--

3. **(2 pontos)** Se a distância entre uma função  $f$  e uma função  $g$  é

$$\mathcal{D}(f, g) = \left( \sum_{i=1}^M \left[ \frac{f(x_i) - g(x_i)}{2^i} \right]^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

então o produto escalar utilizado é:

(a)  $\langle u, v \rangle = \left( \sum_{i=1}^M \left[ \frac{u(x_i) - v(x_i)}{2^i} \right]^2 \right)^{\frac{1}{2}}$

(b)  $\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^M \frac{u(x_i) v(x_i)}{2^i}$

(c)  $\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^M \left[ \frac{u(x_i) v(x_i)}{2^i} \right]^2$

(d)  $\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^M \frac{u(x_i) v(x_i)}{2^{2i}}$  Esse.

(e)  $\langle u, v \rangle = \left( \sum_{i=1}^M \left[ \frac{u(x_i) v(x_i)}{2^i} \right]^2 \right)^{\frac{1}{2}}$

(f)  $\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^M \frac{u(x_i)}{v(x_i) 2^i}$

4. **(3 pontos)** Escrever o lado direito do sistema de equações (equações normais) a ser resolvido para determinar o ajuste da função tabelada com polinômios de primeiro grau da forma

$$F(x) = \alpha_1 + \alpha_2 x$$

Dados: Tabela da função na forma  $y = f(x)$ :

$x_i$	-1	0	1	3
$y_i$	4.5	3	2	0

Utilizar um produto escalar com peso 1 para todos os pontos, i.e.,

$$\langle u, v \rangle = \sum_{i=1}^M u(x_i) v(x_i)$$

**Responda:** Qual o lado direito  $\underline{B}$  do sistema de equações normais, escrito como vetor coluna?

$\underline{B} =$	
-------------------	--