

SME0306 - 2013
Gustavo Carlos Buscaglia

ICMC - Ramal 738176
gustavo.buscaglia@gmail.com

Prova 10 (19 de novembro de 2013)

1. (3 pontos) Um método de dois passos conhecido como Adams-Moulton é definido pela equação:

$$\underline{Y}^{n+1} = \underline{Y}^n + \frac{\Delta t}{12} [-f(t_{n-1}, \underline{Y}^{n-1}) + 8f(t_n, \underline{Y}^n) + 5f(t_{n+1}, \underline{Y}^{n+1})] \quad (1)$$

Resposta: Expressando o passo de tempo limite (por análise de estabilidade linear) como

$$\Delta t_{\text{lim}} = \frac{C}{\lambda}$$

o valor da constante C para esse método é (responda um número entre 0 e $+\infty$, ambos inclusive)

$C =$	
-------	--

2. (2 pontos) Em um processo biológico bem simples, micro-organismos se reproduzem de maneira proporcional ao quadrado de sua concentração $c(t)$ (porque dois deles devem se encontrar para se reproduzir) multiplicado pela “disponibilidade de espaço”. A disponibilidade de espaço é nula quando a concentração vale 1, e portanto pode ser modelada por $1 - c(t)$.

Se propõe a equação

$$\frac{dc}{dt}(t) = f(t, c(t)) = \alpha c(t)^2 (1 - c(t)) \quad (2)$$

para modelar esse processo.

Responda por Verdadeiro ou Falso:

- (a) Se a condição inicial $c(0)$ é positiva, então $c(t)$ tende a $+\infty$ para $t \rightarrow +\infty$.
 - (b) Se a condição inicial $c(0)$ é negativa, então $c(t)$ tende a 0 para $t \rightarrow +\infty$.
 - (c) Se a condição inicial $c(0)$ é positiva e menor que 1, então $c(t)$ permanece entre zero e 1 para todo tempo t .
 - (d) Se $c(t)$ está entre zero e 1, o Jacobiano de f é menor (em módulo) que α .
3. (2 pontos) Um pesquisador quer resolver a equação (2) com condição inicial $c(0) = 0.1$ para prever a evolução do processo no tempo, até $t = 100$. Escolhe para isto o método de Euler explícito. (*Lembrete:* $Y^{n+1} = Y^n + \Delta t f(Y^n)$.) Qual o máximo passo de tempo que pode usar sem perda de estabilidade (considere $\alpha = 1$)?

$\Delta t_{\text{max}} =$	
---------------------------	--

4. (1 ponto) O pesquisador faz **um passo** do método de Euler explícito com $\Delta t = 0.5$, partindo de $C^0 = 0.1$ e considerando $\alpha = 1$. Depois de um passo é obtida a concentração C^1 , com valor igual a:

$C^1 =$	
---------	--

5. (3 pontos) Uma vez calculados C^0 e C^1 , o pesquisador decide calcular C^2 utilizando o método de Adams-Moulton definido na equação (1). O valor C^2 obtido é (calcule com apenas dois algarismos significativos e considere os mesmos α e Δt do item anterior):

$C^2 =$	
---------	--