SME0306 - 2013

Gustavo Carlos Buscaglia

ICMC - Ramal 738176
gustavo.buscaglia@gmail.com

Lista de exercícios e projeto (5 de novembro de 2013)

---

1. Realizar um passo do método numérico a partir da condição inicial $u(0) = 1$, $v(0) = 3$ para as equações de Lotka-Volterra
$$\frac{du}{dt} = -2u + uv; \quad \frac{dv}{dt} = v - uv$$
Considerar os métodos:
   (a) Euler explícito.
   (b) Euler implícito.
   (c) Trapézios.
   (d) Runge-Kutta 2 (Euler melhorado e Euler modificado).
   (e) Runge-Kutta 4.

2. Sejam as equações que governam a evolução de uma partícula em um potencial $U(x) = a, x^4 - b\,x^2$,
$$\frac{dX}{dt} = V; \quad \frac{dV}{dt} = -4\,a\,X^3 + 2\,b\,X$$
Visto que a aceleração não depende da velocidade, se propõe um método da forma
$$\begin{aligned} V_{n+1} &= V_n + \Delta t\,(-4\,a\,X_n^3 + 2\,b\,X_n) \\ X_{n+1} &= X_n + \Delta t\,[\beta\,V_n + (1-\beta)\,V_{n+1}] \end{aligned}$$
Qual a precisão desse método? Existe algum valor de β que seja mais preciso que os outros?

3. Calcular o erro de troncamento do método
$$Z_n = Y_n + \frac{\Delta t}{2}\,f(Y_n), \qquad Y_{n+1} = Y_n + \Delta t\,f(Z_n)$$

4. Analisar a zero-estabilidade do método de Adams-Bashforth e do método leap-frog.

5. Considerar a equação linear para $\underline{y} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$:
$$\frac{d}{dt}\underline{y} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 2 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix} \underline{y}$$
calcule qual o Δt máximo que pode ser usado sem perda de estabilidade quando resolvendo numericamente essa equação com o método de Euler explícito.

6. **Projeto: Data limite 26 de novembro**.
Uma placa de cerâmico de 10 cm de espessura, inicialmente a temperatura uniforme de 300 K, é colocada em um forno de temperatura $T_f = 1200K$ no qual a placa é submetida aos fluxos de calor seguintes:
   - Ela é apoiada sobre uma superfície *isolante*.
   - A superfície superior troca calor com o forno por radiação e por convecção:
$$q = \sigma\,(T_f^4 - T_s^4) + h\,(T_f - T_s)$$

Faça um programa que, dividindo a placa em no mínimo 100 fatias iguais, resolva o sistema de EDOs resultante numericamente para calcular a temperatura no interior da placa. Em particular, responda qual o tempo necessário para a temperatura mínima na placa chegar a 500, 700, 900 e 1100 K.

Veja como mudaria o resultado se a metade inferior da placa fosse de aluminio.

Dados adicionais:
Condutividade térmica do cerâmico: 12 W/(m - K).
Calor específico do cerâmico: 600 J/(kg - K).
Densidade do cerâmico: 2500 kg / m^3.
Constante de Stefan-Boltzmann: $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\,W/(m^2 - K^4)$.
Coeficiente de convecção: $h = 5\,W/(m^2 - K)$.

Se seu número USP termina em 0, 1, 2 ou 3, programe o método RK4, se termina em 4, 5 ou 6 programe o método de Heun, e se termina em 7, 8 ou 9 programe o método de Adams-Bashforth. Escreva um relatório descrevendo o método programado e as simulações realizadas em, no máximo, 3 páginas bem aproveitadas.

Boa prática!! E não esqueçam a calculadora!!