

Nome:

No. USP:

Prova 2: Interpolação

Metodologia: A prova dura até as 18 horas. Até as 17 horas são permitidas conversas entre os alunos, depois não. Pode ser utilizado material de consulta impresso ou da internet.

1. (7 pontos) Se tem uma superfície S da forma $z = h(x)$, isto é, onde a elevação é apenas função de uma coordenada. Foram medidas n posições (x_i, z_i) ($i = 1, \dots, n$) sobre S . Os valores encontram-se em vetores X e Z . Para a interpolação desses valores escolheu-se uma spline cúbica natural.

Construa um código Octave que, para uma dada posição x arbitrária, calcule o ângulo $\alpha(x)$, medido respeito do eixo x , a que será refletido um raio luminoso que incida em x de maneira exatamente vertical (direção $-z$).

Responda, justificando, se $\alpha(x)$ é uma função com continuidade C^0 , C^1 , C^2 , etc.

Explique se seu cálculo é exato (a menos de erro de arredondamento) ou aproximado, e qual a aproximação usada no caso. O cálculo exato terá a máxima pontuação, mas um bom cálculo aproximado pode obter 90% dela.

2. (5 pontos) Considere uma viga apoiada simplesmente em ambos extremos $x = a$ e $x = b$. No ponto central, está apoiada uma massa M . Desprezando o peso da viga, a energia total do sistema, quando a deflexão da viga é $y(x)$, é

$$E = \frac{K}{2} \int_a^b (y''(x))^2 dx + Mgy \left(\frac{a+b}{2} \right).$$

A deflexão de equilíbrio é obtida minimizando E .

Utilizando interpolação quadrática que respeite $y(a) = y(b) = 0$, calcule uma **fórmula exata** para a **deflexão máxima** (em equilíbrio) da viga $d_{\max} = \max_x |y(x)|$ como função de a , b , K , M e g .

Boa prova!