

Nome:

No. USP:

**Prova 1: Sistemas não lineares, otimização**

Pode ser utilizado material de consulta impresso ou da internet.

1. (3 pontos) Seja o seguinte sistema de equações:

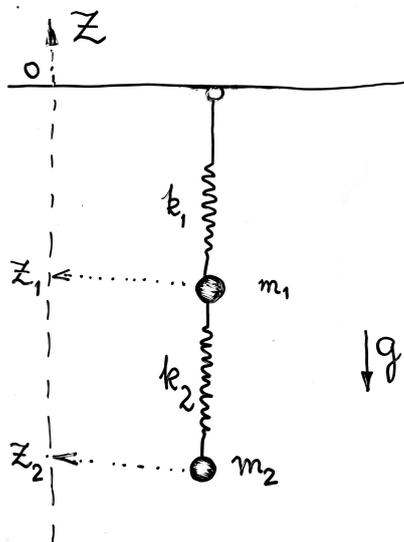
$$\begin{aligned} 2 \cos \theta + \cos(\theta + \phi) &= \sqrt{2} \\ 2 \sin \theta + \sin(\theta + \phi) &= 1 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

Escrever um código Octave que resolva esse sistema pelo método de Newton a partir do ponto inicial  $(\theta^0, \phi^0) = (0, \pi/3)$ . Escreva o resultado.

2. (3 pontos) Considere um sistema elástico composto por duas massas e duas molas, afixado ao teto, cuja energia é dada por

$$E(z_1, z_2) = \frac{1}{2}k_1(z_1+1)^2 + \frac{1}{2}k_2(z_1-z_2-1)^2 + m_1gz_1 + m_2gz_2,$$

onde  $z_1$  e  $z_2$  são as posições verticais das massas, cujo valor é  $m_1 = 1$  e  $m_2 = 3$ . As constantes das molas são  $k_1 = 10$  e  $k_2 = 20$ , e  $g = 1$ . Escreva um código Octave que calcule as posições de equilíbrio estático do sistema pelo método de Newton. Quantas iterações demora para convergir? Porquê?

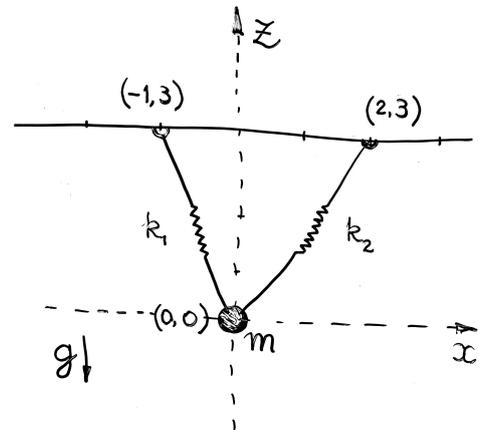


3. (5 pontos) Considere o sistema elástico da figura, no qual uma massa pendura de duas molas oblíquas assimétricas. O sistema desenhado corresponde à configuração de referência, na qual a massa está em  $(0, 0)$ , as molas não estão tensionadas e seu comprimento é  $L_1 = \sqrt{10}$  e  $L_2 = \sqrt{13}$ . Claramente a posição de referência não é a posição de equilíbrio. Em uma posição deformada a massa pode estar em uma posição  $(x, z)$  arbitrária, o que fará que os comprimentos das molas sejam  $\ell_1$  e  $\ell_2$ . A energia do sistema quando deformado é

$$E = \frac{1}{2}k_1(\ell_1 - L_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(\ell_2 - L_2)^2 + mgz$$

onde  $k_1 = 10$  e  $k_2 = 20$ .

Escreva um código Octave que calcule a posição  $(x, z)$  de equilíbrio utilizando o método de Newton para valores de  $mg$  variando de 0 a 10.



Boa prova!