SME0305 - 2016

R. Ausas - G. Buscaglia

Lista: O comando `eig` e o método de Francis

---

1. Seja A uma matriz $n \times n$ e seja I a matriz identidade $n \times n$. Dizer se verdadeiro ou falso:
   (a) Se v é autovetor de A (matriz com determinante não zero), então $w = A\,v$ é autovetor de A^{-1}.
   (b) Se v é autovetor de A (matriz com determinante não zero), então $w = A^{-1}\,v$ é autovetor de A^{-1}.
   (c) Se $\lambda \in \mathbb{R}$ é autovalor de A e A^{-1} existe, então $-\lambda$ é autovalor de A^{-1}.
   (d) Se $\lambda \in \mathbb{R}$ é autovalor de A, suposta diagonalizável, então λ é autovalor de A^T.
   (e) Se v é autovetor de A e A^{-1} existe, então v é também autovetor de A^{-1}.

2. Sejam A e B duas matrizes $n \times n$. Dizer se verdadeiro ou falso:
   (a) Se $A\,v = B\,v$, para todo $v \in \mathbb{R}^n$, então $A = B$.
   (b) Para que $A\,v = B\,v$ se cumpra para todo $v \in \mathbb{R}^n$, é necessário que as matrizes A e B sejam iguais.
   (c) Se $AB = BA$ e v é autovetor de B, então $A\,v$ também é autovetor de B.

3. Dada uma matriz A quadrada diagonalizável, o comando de octave
   `[S,D]=eig(A)`
   calcula matrizes S (não singular) e D (diagonal) tais que $A = S\ D\ S^{-1}$.

   Dizer se verdadeiro ou falso:
   (a) As linhas de S são autovetores de A.
   (b) As colunas de S são autovetores de A.
   (c) As colunas de S^{-1} são autovetores de A.
   (d) A instrução seguinte terá por resultado um vetor constante:
   `(A*S(:,1))./S(:,1)`
   e o valor das componentes será `D(1,1)`.
   (e) O vetor resultado de
   `(A*S(:,4))/D(4,4)`
   será igual a `S(:,4)`.
   (f) Quando A é simétrica, S é ortogonal.
   (g) Quando A é simétrica, S é simétrica.
   (h) A matriz $A^T A$ é simétrica.
   (i) Fazendo
   ```
   > [SS,DD]=eig(A+A')
   > BB = SS'*SS
   ```
   o resultado será uma matriz `BB` igual à matriz identidade (a menos do erro de arredondamento).
   (j) Fazendo
   ```
   > [SS,DD]=eig(A*A')
   > BB = SS'*SS
   ```
   o resultado será uma matriz `BB` igual à matriz identidade (a menos do erro de arredondamento).
   (k) Fazendo
   ```
   > [SS,DD]=eig(A'*A)
   > BB = SS'*SS
   ```
   o resultado será uma matriz `BB` igual à matriz identidade (a menos do erro de arredondamento).

4. Seja A simétrica e M simétrica definida positiva. Suponha que v é um autovetor comum de ambas matrizes, isto é,
$$Av = \lambda_A\, v\ , \qquad Mv = \lambda_M\, v\ .$$
   Será que então v é autovetor generalizado no sentido de resolver o problema
$$Av = \lambda\, Mv \quad ?$$
   Quanto vale λ como função de λ_A e λ_M?

5. Seja $A^{(0)}$ uma matriz $n \times n$ simétrica, cuja fatoração QR é
$$A^{(0)} = Q^{(0)}\ R^{(0)}\ .$$
   De acordo com o método iterativo de Rutishauser-Francis a próxima matriz é
$$A^{(1)} = R^{(0)}\ Q^{(0)}$$
   Supondo que (λ, v) seja um par autovalor-autovetor de $A^{(0)}$, dizer se verdadeiro ou falso (no caso geral, não para alguma matriz em particular):
   (a) λ é autovalor de $A^{(1)}$.
   (b) λ é autovalor de $Q^{(0)}$.
   (c) λ é autovalor de $R^{(0)}$.
   (d) v é autovetor de $A^{(1)}$.
   (e) $Q^{(0)}\ v$ é autovetor de $A^{(1)}$.
   (f) $(Q^{(0)})^{-1}\ v$ é autovetor de $A^{(1)}$.
   (g) $(Q^{(0)})^T\ v$ é autovetor de $A^{(1)}$.

Boa prática!!