SME0305 - 2014

Gustavo Carlos Buscaglia

ICMC - Ramal 738176, gustavo.buscaglia@gmail.com

Prova 8 (7 de maio de 2014)

Responda V(erdadeiro) ou F(also) à esquerda de cada item

1. Seja $\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{L}}\,\underline{\underline{U}}$ uma matriz e sua fatoração LU, que foi obtida com o algoritmo `lugauss` sem dar erro ("Null diagonal element"). Se a última linha de $\underline{\underline{U}}$ é zero, então existe um vetor $\underline{w}$ (distinto do vetor zero) tal que $\underline{\underline{A}}\,\underline{w} = \underline{0}$. V
2. Seja $\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{L}}\,\underline{\underline{U}}$ uma matriz e sua fatoração LU, que foi obtida com o algoritmo `lugauss` sem dar erro ("Null diagonal element"). Se a última linha de $\underline{\underline{U}}$ é zero, então não existem dois vetores linearmente independentes $\underline{w}$ e $\underline{\widetilde{w}}$ tais que $\underline{\underline{A}}\,\underline{w} = \underline{0}$ e $\underline{\underline{A}}\,\underline{\widetilde{w}} = \underline{0}$. V
3. Se $\underline{\underline{A}}$ admite fatoração LU sem pivotamento, então necessariamente $\underline{\underline{A}}^T$ (sua transposta) também admite. V
4. Seja $\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{L}}\,\underline{\underline{U}}$ uma matriz e sua fatoração LU. A fatoração LU da matriz transposta é então dada por $\underline{\underline{A}}^T = \underline{\underline{L}}^T\,\underline{\underline{U}}^T$. F
5. Seja $\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{L}}\,\underline{\underline{U}}$ uma matriz e sua fatoração LU. A fatoração LU da matriz transposta é então dada por $\underline{\underline{A}}^T = \underline{\underline{U}}^T\,\underline{\underline{L}}^T$. F
6. Uma vez obtida a fatoração LU de uma matriz $\underline{\underline{A}}$ de n linhas e n colunas, para resolver qualquer sistema da forma
$$\underline{\underline{A}}\,\underline{x} = \underline{b}$$
são necessárias $2n + 2$ operações. F
7. Para obter a fatoração LU de uma matriz $\underline{\underline{A}}$ de n linhas e n colunas são necessárias n^2 operações. F
8. O custo computacional de obter a fatoração LU de uma matriz $\underline{\underline{A}}$ é muito maior que o custo de resolver um sistema da forma
$$\underline{\underline{A}}\,\underline{x} = \underline{b}$$
uma vez que os fatores $\underline{\underline{L}}$ é $\underline{\underline{U}}$ já foram calculados. V
9. Uma vez calculada a fatoração LU de uma matriz, $\underline{\underline{L}}\,\underline{\underline{U}} = \underline{\underline{A}}$, o determinante dela pode ser calculada fazendo
```
for i=1:n, det=1; det=det*U(i,i); end
```
V
10. Se uma matriz tem determinante negativo, então ela não pode ser fatorada da forma
$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{H}}\,\underline{\underline{H}}^T$$
V
11. Se uma matriz é simétrica, então ela pode ser fatorada da forma
$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{H}}\,\underline{\underline{H}}^T$$
F
12. O pivotamento é necessário para evitar divisões por zero, mas não ajuda na precisão. F
13. A precisão da fatoração LU é maior quanto menor é o número de condição da matriz (razão entre o maior e o menor autovalor). V
14. O custo de realizar a fatoração LU de uma matriz tridiagonal é proporcional a n^2 (o quadrado do número de linhas). F
15. Sabemos que na fatoração LU com pivotamento por linha, são calculadas matrizes $\underline{\underline{P}}$, $\underline{\underline{L}}$ e $\underline{\underline{U}}$ tais que $\underline{\underline{P}}\,\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{L}}\,\underline{\underline{U}}$. Ainda, a matriz de permutação $\underline{\underline{P}}$ é sempre simétrica. F
16. Sabemos que na fatoração LU com pivotamento por linha, são calculadas matrizes $\underline{\underline{P}}$, $\underline{\underline{L}}$ e $\underline{\underline{U}}$ tais que $\underline{\underline{P}}\,\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{L}}\,\underline{\underline{U}}$. Ainda, os elementos da matriz de permutação $\underline{\underline{P}}$ são 0 ou 1. V
17. Em Octave, quando se resolve um sistema linear $\underline{\underline{A}}\,\underline{x} = \underline{b}$, se o lado direito $\underline{b}$ é fornecido com 14 dígitos corretos, então a solução $\underline{x}$ é obtida com $\sqrt{14} \simeq 4$ dígitos corretos. F
18. Apenas matrizes não singulares admitem fatoração QR. F

19. Na fatoração QR, se computam matrizes $\underline{\underline{Q}}$ e $\underline{\underline{R}}$ tais que $\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{Q}}\,\underline{\underline{R}}$ sendo $\underline{\underline{Q}}$ uma matriz ortogonal e $\underline{\underline{R}}$ uma matriz de rotação. F

20. Na fatoração QR, se computam matrizes $\underline{\underline{Q}}$ e $\underline{\underline{R}}$ tais que $\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{Q}}\,\underline{\underline{R}}$ sendo $\underline{\underline{Q}}$ uma matriz ortogonal e $\underline{\underline{R}}$ uma matriz racional. F

21. Na fatoração QR de uma matriz, o determinante de $\underline{\underline{Q}}$ é sempre distinto de zero. V

22. Se $\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{Q}}\,\underline{\underline{R}}$ (fatoração QR), então $\underline{\underline{A}}^T\,\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{R}}^T\,\underline{\underline{R}}$. V

23. A fatoração QR só pode ser calculada se o número de linhas da matriz for maior ou igual ao número de colunas. F

24. O sistema $\underline{\underline{A}}\,\underline{x} = \underline{b}$, sendo $\underline{\underline{A}}$ de m linhas e n colunas, é dito *sobredeterminado* se $n > m$. F

25. Um sistema sobredeterminado nunca (i.e., para nenhum $\underline{b}$) tem solução. F

26. Um sistema sobredeterminado sempre (i.e., para todo $\underline{b}$) tem infinitas soluções. F

27. Se $\underline{\underline{Q}}$ é uma matriz $m \times m$ ortogonal, então suas colunas constituem uma base ortogonal de $\mathbb{R}^m$.V

28. Se $\underline{\underline{Q}}$ é uma matriz $m \times m$ ortogonal, então suas linhas constituem uma base ortogonal de $\mathbb{R}^m$.V

29. Se $\underline{\underline{A}}^{-1}$ é a inversa de uma matriz $\underline{\underline{A}}$ quadrada de $m \times m$, então as linhas de $\underline{\underline{A}}^{-1}$ constituem uma base de $\mathbb{R}^m$.V

30. Se o sistema $\underline{\underline{A}}\,\underline{x} = \underline{b}$ é sobredeterminado, o comando `x=A\b` calcula um vetor `x` tal que `A*x = b`. F

31. Se o sistema $\underline{\underline{A}}\,\underline{x} = \underline{b}$ é sobredeterminado, o comando `x=A\b` calcula um vetor `x` tal que

    ```
    A'*A*x = A'*b.
    ```

    V

32. Se o sistema $\underline{\underline{A}}\,\underline{x} = \underline{b}$ é sobredeterminado, o comando `x=A\b` calcula um vetor `x` tal que o resíduo (isto é, o vetor `b-A*x`) tenha o máximo número possível de componentes nulas. F

33. Se o sistema $\underline{\underline{A}}\,\underline{x} = \underline{b}$ é sobredeterminado, o comando `x=A\b` calcula um vetor `x` tal que a norma euclidiana do vetor `A*x-b` seja mínima.V