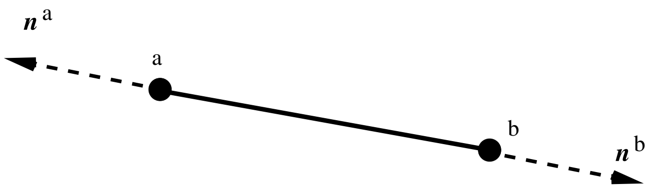
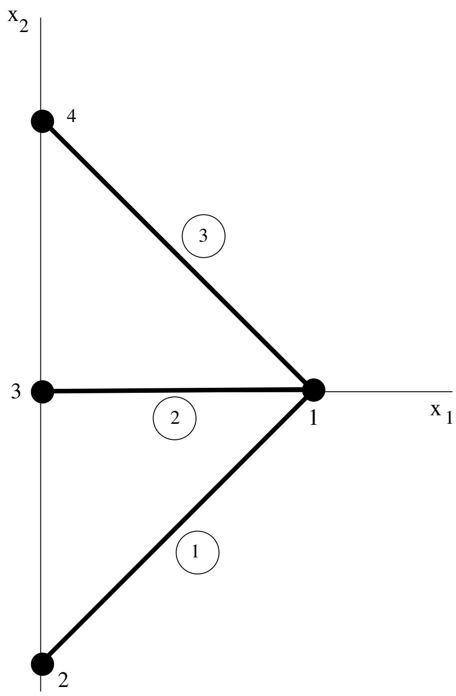
SME0305 - 2014

Gustavo Carlos Buscaglia

ICMC - Ramal 738176 - Sala 4-219
gustavo.buscaglia@gmail.com

Prova 11 (30 de maio de 2014)





Lembrete: A força que uma barra faz sobre seus extremos a e b é dada por

$$\vec{F}^a = -\mathcal{T}\ \check{n}^a \qquad e \qquad \vec{F}^b = -\mathcal{T}\ \check{n}^b$$

onde $\mathcal{T}$ é a tensão, $\check{n}^a$ é o vetor unitário na direção da barra (na treliça relaxada) e "saindo dela", como mostrado na figura, e analogamente para $\check{n}^b$.
Na aproximação linear, a tensão é calculada a partir dos deslocamentos $\vec{u}^a$ e $\vec{u}^b$ com a fórmula

$$\mathcal{T} \;=\; \frac{E\,A}{\ell_0}\ \left(\vec{u}^a \cdot \check{n}^a + \vec{u}^b \cdot \check{n}^b\right)$$

A matriz de rigidez de uma barra é a matriz $\underline{\underline{K}}$ que cumpre

$$\begin{pmatrix} F_1^a \\ F_2^a \\ F_1^b \\ F_2^b \end{pmatrix} \;=\; -\ \underline{\underline{K}} \begin{pmatrix} u_1^a \\ u_2^a \\ u_1^b \\ u_2^b \end{pmatrix}$$

Similarmente, a matriz de rigidez de uma treliça é a matriz $\underline{\underline{\mathbb{K}}}$ que cumpre

$$\underline{F} \;=\; -\ \underline{\underline{\mathbb{K}}}\ \underline{u}$$

onde $\underline{F}$ e $\underline{u}$ são vetores coluna que contem as componentes horizontal e vertical das forças (e deslocamentos, respectivamente) em cada um dos nós da treliça.
A matriz $\underline{\underline{\mathbb{K}}}$ pode ser calculada com a seguinte função:

```
function Kglo = rigidez(nb,nv,conec,\
modu,coord)
%nb nro de barras, nv nro de nos,
%modu(1:nb) valor de EA
%coord coordenadas
Kglo=zeros(2*nv,2*nv);
for ib=1:nb
Kloc=zeros(4,4);
na=conec(ib,1); nb=conec(ib,2);
Xa=coord(na,:)';
Xb=coord(nb,:)';
d=Xb-Xa;
ll=norm(d);
kk=modu(ib)/(ll^3);
aux=d*d';
Kloc(1:2,1:2)=kk*aux;
Kloc(1:2,3:4)=-kk*aux;
Kloc(3:4,1:2)=-kk*aux;
Kloc(3:4,3:4)=kk*aux;
%Kloc agora contem a matriz de rigidez
% da barra
loc2glo=[2*na-1,2*na,2*nb-1,2*nb];
for j=1:4
for k=1:4
jglo=loc2glo(j);
kglo=loc2glo(k);
Kglo(jglo,kglo)=Kglo(jglo,kglo)+Kloc(j,k);
end
end
end
%%%
end
```

Um autovetor de autovalor zero de $\underline{\underline{\mathbb{K}}}$ é um vetor $\underline{v}$ (não nulo) tal que $\underline{\underline{\mathbb{K}}}\,\underline{v} = 0$. Também se diz que um tal vetor pertence ao *núcleo* de $\underline{\underline{\mathbb{K}}}$.

Consideremos a treliça da figura, que cumpre

```
nb=3, nv=4;
coord=[1 0 ; 0 -1 ; 0 0 ; 0 1];
```

formada por barras articuladas de $E = 1\times 10^{11}$ Pa e seção transversal de 10^{-5} m^2.

1. (1 ponto) Das seguintes conectividades, indique com V todas aquelas que descrevem o grafo da treliça e com F aquelas que não:
   (a) `conec=[1 2; 1 3; 1 4]` V
   (b) `conec=[1 2; 2 3; 3 4]` F
   (c) `conec=[2 1; 1 3; 4 1]` V
   (d) `conec=[2 3; 3 1; 1 2]` F

2. (1,5 pontos) Das seguintes matrizes `modu`, dizer quais fazem que a linha de código

   `Kglo = rigidez(nb,nv,conec,modu,coord)`

   calcule a matriz de rigidez da treliça corretamente (Coloque V à ezquerda das que sim, e F à ezquerda das que não):
   (a) `modu=[1e6 1e6 1e6 1e6]` F
   (b) `modu=[1e6 1e6 1e6]` V
   (c) `modu=[1e6;1e6;1e6]` V
   (d) `modu=[1e6;1e6;1e6;1e6]` F
   (e) `modu=[1e6/sqrt(2),1e6,1e6/sqrt(2),1e6]` F
   (f) `modu=[1e6/sqrt(2),1e6,1e6/sqrt(2)]` F

3. (3 pontos) Calcule a matriz 4×4 de rigidez da barra 2.

   $\underline{\underline{K}}^{(2)} =$

4. (3 pontos) Dizer quais das seguintes chamadas vão ter como resultado a matriz da barra 2 (Coloque V à ezquerda das que sim, e F à ezquerda das que não):
   (a) `K2=rigidez(1,2,[1 2],[1e6],[0 0; 1 0])` V
   (b) `K2=rigidez(1,2,[3 1],[1e6],[0 0; 1 0])` F
   (c) `K2=rigidez(1,2,[1 2],[1e6],[1 0; 1 1])` F
   (d) `K2=rigidez(1,2,[2 1],[1e6],[0 0; 1 0])` V
   (e) `K2=rigidez(3,4,[3 1],[1e6],[0 0; 1 0])` F
   (f) `K2=1e6*rigidez(1,2,[1 2],[1],[0 0; 1 0])` V

5. (2 pontos) Seja $\underline{\underline{\mathbb{K}}}$ a matriz de rigidez global da treliça da figura. Dizer quais dos seguintes vetores coluna são autovetores *de autovalor zero* de $\underline{\underline{\mathbb{K}}}$ (Coloque V à ezquerda dos que sim, e F à ezquerda dos que não):
   (a) `[1;0;1;0;1;0;1;0]` V
   (b) `[-1;0;1;0;1;0;1;0]` F
   (c) `[0;1;1;0;0;0;-1;0]` V
   (d) `[0;1;-1;0;0;0;-1;0]` F
   (e) `[0;0;0;0;0;1;0;0]` V
   (f) `[0;0;0;0;1;0;0;0]` F
   (g) `[0;0;0;0;0;0;1;1]` V
   (h) `[0;0;0;0;0;0;1;-1]` F

Boa prova!!