SME0301 - 2013

Gustavo Carlos Buscaglia

ICMC - Ramal 738176
gustavo.buscaglia@gmail.com

Lista/Prova 9 (13 de junho de 2013)

Lembrete: O método das potências aplicado a uma matriz $\underline{\underline{B}}$ e partindo de um vetor $\underline{x}^{(0)}$ com $\|\underline{x}^{(0)}\| = 1$ consiste em fazer:

$$\underline{y}^{(k+1)} = \underline{\underline{B}}\,\underline{x}^{(k)} \tag{1}$$

$$\mu^{(k+1)} = \text{sgn}\{(\underline{y}^{(k+1)})^T \underline{x}^{(k)}\}\ \|\underline{y}^{(k+1)}\| \tag{2}$$

$$\underline{x}^{(k+1)} = \frac{1}{\mu^{(k+1)}}\ \underline{y}^{(k+1)} \tag{3}$$

$$\text{volta a (1)} \tag{4}$$

1. Seja $\underline{\underline{A}}$ uma matriz $n \times n$ que tem n autovalores distintos, $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$, satisfazendo $|\lambda_i| \neq |\lambda_j|$ sempre que $i \neq j$. Suponha os autovalores ordenados de maneira que $|\lambda_1| > |\lambda_2| > \ldots > |\lambda_n|$. Os correspondentes autovetores são $\underline{v}^{(1)}$, $\underline{v}^{(2)}$, etc., são normalizados na norma euclidiana ($\|\underline{z}\| = \sqrt{\underline{z}^T \underline{z}}$).
   Dizer se verdadeiro ou falso:
   (a) A matriz $\underline{\underline{A}}$ é diagonalizável.
   (b) A matriz $\underline{\underline{A}} - \lambda_1\,\underline{\underline{I}}$ é diagonalizável.
   (c) A matriz $\underline{\underline{A}} - \lambda_1\,\underline{\underline{I}}$ tem autovalores 0, $\lambda_2 - \lambda_1$, $\lambda_3 - \lambda_1$, $\ldots$, $\lambda_n - \lambda_1$.
   (d) A matriz $\underline{\underline{A}} - \lambda_1\,\underline{v}^{(1)}\,[\underline{v}^{(1)}]^T$ tem autovalores 0, λ_2, λ_3, $\ldots$, λ_n, independentemente de $\underline{\underline{A}}$ ser simétrica ou não.
   (e) Quando $\underline{\underline{A}}$ é simétrica, a matriz $\underline{\underline{A}} - \lambda_1\,\underline{v}^{(1)}\,[\underline{v}^{(1)}]^T$ tem os mesmos autovetores que $\underline{\underline{A}}$.

2. Seja $\underline{\underline{A}}$ uma matriz 4×4 cujos autovalores são 1, 2, 3 e 4. Então, começando com um vetor $\underline{x}^{(0)}$ escolhido aleatoriamente, e aplicando o método das potências à matriz $\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{A}} - 3\,\underline{\underline{I}}$, a sequência dos $\mu^{(k)}$ convergirá para:
   (a) 1
   (b) 3
   (c) -1
   (d) -2
   (e) $1/3$
   (f) $-1/2$
   (g) 0
   (h) Não convergirá

3. Seja $\underline{\underline{A}}$ uma matriz 4×4 cujos autovalores são 1, 2, 3 e 4. Então, começando com um vetor $\underline{x}^{(0)}$ escolhido aleatoriamente, e aplicando o método das potências à matriz $\underline{\underline{B}} = (\underline{\underline{A}} + 2\,\underline{\underline{I}})^{-1}$, a sequência dos $\mu^{(k)}$ convergirá para:
   (a) 1
   (b) $1/2$
   (c) $-1/2$
   (d) $1/4$
   (e) $1/3$
   (f) $1/6$
   (g) $-1/5$
   (h) Não convergirá

4. Seja $\underline{\underline{A}}$ uma matriz $n \times n$ conhecida. Começando com um vetor $\underline{x}^{(0)}$ escolhido aleatoriamente, e aplicando o método das potências à matriz $\underline{\underline{B}} = (\underline{\underline{A}} - 0.2\,\underline{\underline{I}})^{-1}$, a sequência dos $\mu^{(k)}$ converge para 5. Então é possível concluir que:
   (a) 5 é autovalor de $\underline{\underline{A}}$.
   (b) $1/5$ é autovalor de $\underline{\underline{A}}$.
   (c) $2/5$ é autovalor de $\underline{\underline{A}}$.
   (d) 0 é autovalor de $\underline{\underline{A}}$.
   (e) $\underline{\underline{A}}$ não tem autovalores positivos menores que $1/5$.