



# Relatório Sobre Frequências e Modos de Vibrações de Pontes

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação  
Matemática Aplicada e Estatística

SME0301 - Métodos Numéricos para  
Engenharia I

Grupo 4

Leticia Nunes de Oliveira, 8004558

Naira Audi, 8004624

Saulo Daniel Holles Negri, 8004795

Victor Lopes Brichi, 6447288

São Carlos

28/06/2013

## Objetivos:

Esse trabalho tem como objetivo analisar a frequência e o modo de vibração da ponte apresentada no trabalho anterior e discutir os possíveis erros cometidos nos cálculos das mesmas e nas diferenças de dados para uma suposta ponte real de concreto equivalente.

## Métodos:

Primeiramente, foi elaborada uma função chamada “ultimo”, na qual estão contidas “leitura”, o algoritmo de Newton-Raphson, o cálculo dos autovalores e autovetores, utilizando a função do octave “eig”.

Para implementar essa função, o material disponibilizado pelo professor foi utilizado como base. Porém, foram feitas algumas alterações nos dados, pois as pontes eram diferentes, logo, os parâmetros eram, também, distintos.

O “omega” utilizado no código de “ultimo” refere-se à frequência de vibração da ponte, e foram calculados através de valores obtidos no gráfico dos autovalores gerados dentro da função “ultimo”, como mostra a figura 1. Para localizá-los, restringiu-se o intervalo do eixo coordenado, sendo assim possível ampliá-lo para uma melhor análise.

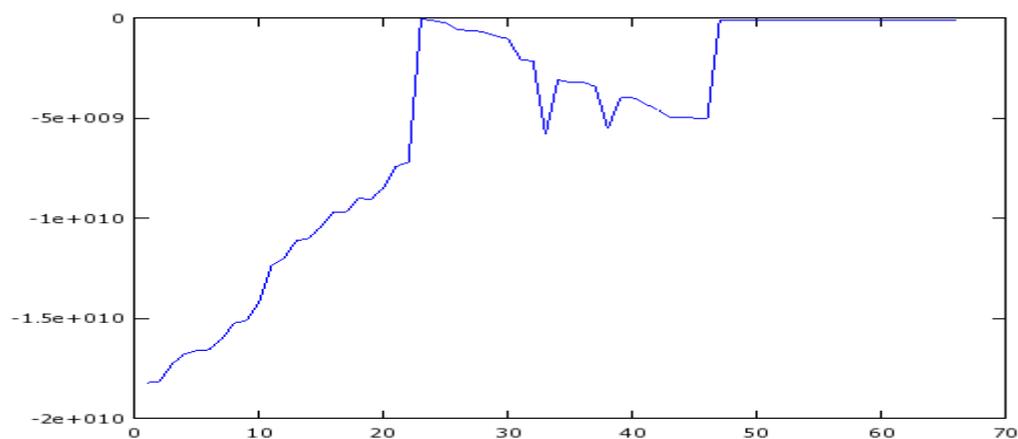


figura 1: gráfico dos autovalores

Por fim, os gráficos dos modos de vibração referentes aos 5 autovalores de menores módulos foram plotados também manualmente com a seguinte linha de código:

```
plotsimple1(xx-2*s(:,23),-1,9,2,-4)
```

Sendo utilizadas as funções “plotsimple1” e “plotsimple2”, cuja única diferença é a cor das linhas do

gráfico para que o desenho ficasse mais claro, pois em um, o termo adicionado a xx para gerar a oscilação da ponte é positivo, e em outro, negativo.

### **Resultados e Discussões:**

As frequências de vibração obtidas foram: 37.601, 64.204, 88.411, 134.106, 138.771, referentes respectivamente aos modos de vibração de números de 23 a 27. Os quatro primeiros modos de vibração apresentaram comportamento de onda transversal, como ilustrado nas figuras 2 a 5.

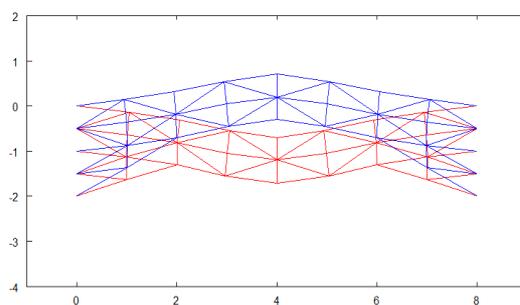


Figura 2: Modo de vibração 23, ou menor modo de vibração da ponte

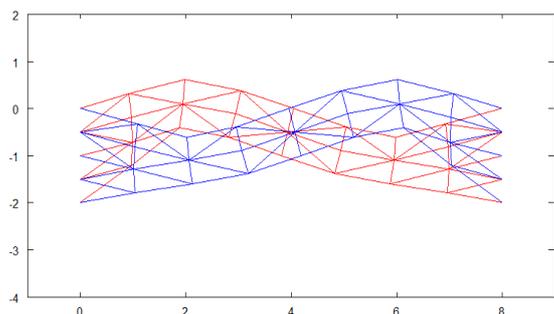


Fig. 3: Modo de vibração 24

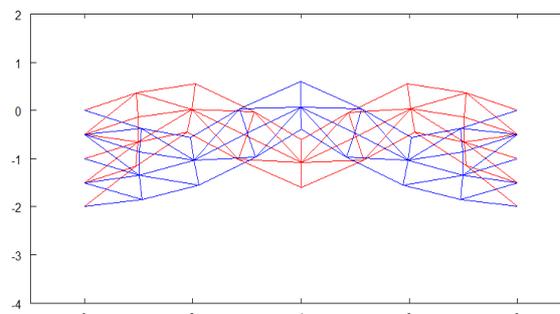


Fig. 4: Modo de vibração 25

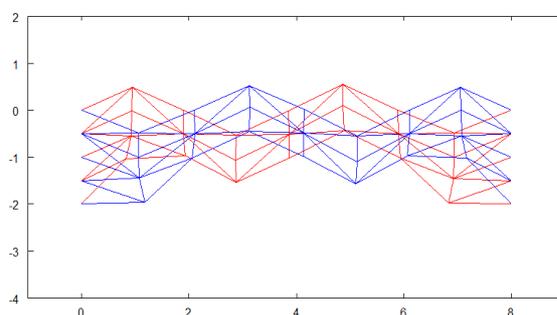


Fig. 5: Modo de vibração 26

Entretanto, o último modo de vibração se comportou como uma onda longitudinal, conforme

apresentado na figura abaixo:

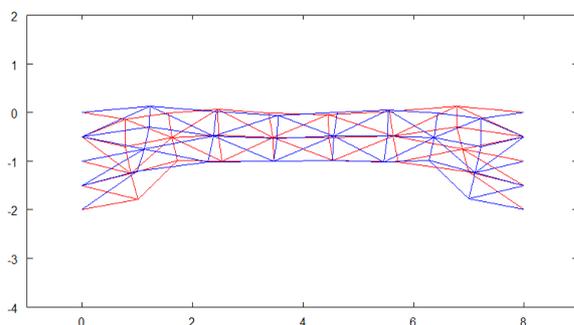


Fig. 6: Modo de vibração 27

Essa diferença de comportamento ocorre devido ao fato da ponte ser tridimensional e ser visualizada de forma bidimensional, o que faz com que somente as ondas transversais seja observadas claramente.

Para o suposto caso de uma ponte semelhante a essa ser estruturada de concreto e com as mesmas especificações, alguns valores podem variar devido a erros, por exemplo de arredondamento, modelagem, entre outros.

Os mais prováveis são os já citados acima, arredondamento e modelagem. O primeiro, pois é impossível considerar todos os algarismos presentes na medida de algumas barras, por exemplo, quando estas são hipotenusas de um triângulo com medidas dos catetos pré-definidas. Assim, é necessário arredondar a medida e, por isso, esse erro é propagado, como no cálculo da constante elástica da mola, e nas iterações de Newton-Raphson. Além disso, o módulo de Young adotado pode estar arredondado e, por isso, diferente do real.

O segundo é cometido durante as considerações iniciais, onde muitos parâmetros são desconsiderados, como o atrito com o ar, a gravidade, entre outros fatores, além da massa estar concentrada nos nós, e não distribuída pelas barras (discretização).

### **Conclusão:**

A modelagem matemática computacional de pontes é uma técnica prática para a simulação numérica das condições em que elas estarão submetidas quando em uso. Nesse relatório, desenvolveu-se um programa em Octave para a análise das vibrações de pontes e, através dos gráficos obtidos, foi possível estudar o comportamento da ponte criada pelo grupo. Ela apresentou os dois modos de vibração já esperados: longitudinais e transversais. É importante notar que houve ocorrência e propagação de diversos tipos de erros comuns em engenharia, decorrentes principalmente da modelagem e de aproximações. Os erros de modelagem são ainda mais expressivos, devido à desconsideração de muitos parâmetros importantes.