



Relatório de Projeto

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

Matemática Aplicada e Estatística

SME301: Métodos Numéricos para Engenharia I

FREQUÊNCIAS E MODOS DE OSCILAÇÃO DA PONTE

Nomes:

N.º USP:

Allisson Santana Spina

8004631

Andres Kim

8070553

Bruno de Souza Brito

8070452

Felipe Ferrari

8004537

Renan Victor Donalonso Siqueira

8085386

São Carlos,

Julho de 2013

1º Semestre

1. INTRODUÇÃO

Ao se construir uma ponte, vários cálculos estruturais deve ser feitos a fim de que ela consiga suportar todas as forças (pesos dos veículos com suas cargas e a sua própria estrutura) nela empregadas. Porém, mesmo se todas as tensões nas barras forem condizentes com o projeto (abaixo das tensões admissíveis), isso não significa que a ponte será 100% segura, pois existe ainda a necessidade de avaliar as frequências naturais de vibração da mesma.

As pontes, assim como qualquer outro sistema físico, possuem frequências naturais de oscilação. Quando agentes externos (passagem dos carros, andar de uma pessoa ou de várias e até mesmo o sopro do vento) excitam tal de forma periódica, a depender da frequência dessa excitação (frequência está relacionada nesse caso a periodicidade do evento) pode ocorrer um fenômeno curioso, chamado *ressonância*. Este fenômeno é causado quando tal frequência de excitação é a mesma que a frequência natural de oscilação do sistema físico (que no nosso estudo seria a ponte), tendo um acréscimo de energia, o que faz o sistema vibrar em demasia.

Um caso conhecido aconteceu em Tacoma, no estado de Washington EUA. No dia 07 de novembro de 1940 um vento de aproximadamente 68 Km/h soprava na região. Havia uma ponte (chamada de ponte de Tacoma) na área onde ventava. Com essa velocidade, o vento não poderia causar nenhum dano sobre a construção, porém, esse agente externo excitava tal com uma frequência igual a uma das frequências naturais. Com tal efeito, houve o fenômeno da ressonância, fazendo com que a ponte vibrasse com amplitudes altíssimas, de forma até assustadora. O resultado foi como esperado, após algum momento a ponte desabou completamente.

Tendo em vista tudo isso, o projeto final de uma ponte deve ter não só bons resultados estruturais, mas também oscilatórios. Assim como no primeiro caso (cálculo das tensões), a parte de cálculo dos modos e frequências de oscilações das pontes é bastante agilizado e facilitado com o uso de métodos numéricos (principalmente os voltados em encontrar os autovalores e autovetores de uma matriz que diz respeito à estrutura). Mas, assim como em outros casos, a introdução de tais métodos numéricos, e até mesmo de outros modelos (matemáticos, físicos, etc.) pode introduzir vários erros, que podem se propagar e acabar por dar resultados não satisfatórios no trabalho.

2. OBJETIVOS

Tendo em vista tudo que foi apresentado até aqui, temos como objetivo neste trabalho fazer e apresentar os cálculos dos modos fundamentais de oscilações da ponte apresentada em

trabalho anterior através de métodos numéricos para cálculo de autovalores e autovetores, com auxílio do software OCTAVE. Outra finalidade é discutir sobre as possíveis fontes de erros introduzidos no projeto, que podem influenciar nos resultados obtidos com relação aos esperados, e até tornar todo trabalho mal sucedido, e sugerir qual fonte de erro é a mais significativa.

3. DESENVOLVIMENTO

No intuito de calcular os modos e frequências de oscilação natural da ponte abaixo por meio de métodos numéricos computacionais foi utilizada uma rotina de programação que será explicada de forma simplificada a seguir.

Para a análise vamos utilizar uma ponte real de concreto com seção transversal de 0,25 m² de área, massa de 1000 kg/barra e Módulo de Young de 10 GPa com disposição estrutural conforme imagem abaixo e com a constante elástica das ‘vigas’ dada pelo produto do Módulo de Young pela área da seção transversal, dividido pelo comprimento inicial da barra.

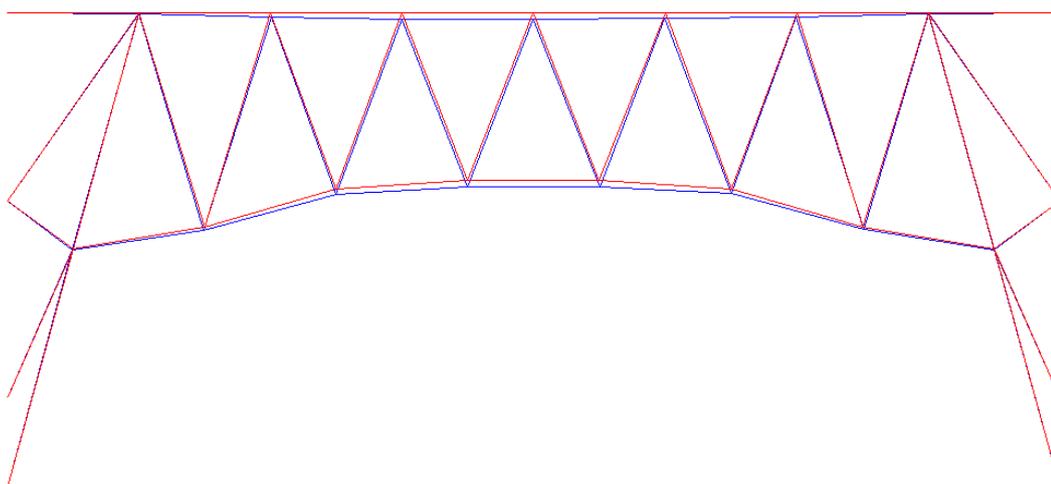


Figura 1 – Ponte cujos modos e frequências de oscilação natural serão calculados.

Após a leitura dos dados da ponte por meio da rotina ‘leitura.m’ foi calculado seu estado de equilíbrio por meio de iterações baseadas no método numérico de Newton-Raphson, tomando-se a gravidade como zero. A seguir foram calculados os autovalores e autovetores da matriz jacobiana da ponte com a função ‘eig’ do programa Octave, que nos devolve uma matriz ‘s’ cujas colunas são os autovetores dos autovalores, que estão presentes na diagonal principal da matriz ‘lambda’ (também devolvida pela função ‘eig’), na mesma ordem, ou seja, a primeira coluna de ‘s’ (autovetor) corresponde ao primeiro autovalor, que é o primeiro elemento da diagonal principal de ‘lambda’ e assim por diante.

Após encontrar os menores autovalores e, por saber suas posições na diagonal principal da matriz ‘lambda’, sabe-se onde encontrar os seus respectivos autovetores (na matriz ‘s’). Após a obtenção desses valores, foi possível calcular os 5 menores modos de frequência de oscilação da ponte. O cálculo foi feito, dividindo-se os 5 menores autovalores(em ordem crescente), em módulo, pela massa total da ponte (no caso, 23.000kg), e calculando a raiz quadrada desse resultado. Os valores obtidos, em ordem crescente, foram os seguintes:

54.027 101.324 162.615 163.156 226.343

Com posse dessas informações e o auxílio da função ‘plotsimple’, foi possível obter imagens de como seria a ponte oscilando com os 5 menores modos de frequência de oscilação natural dela, com fator 3 de ampliação do efeito oscilatório em todas as imagens, sendo apenas um modo de oscilação longitudinal e os demais transversais:

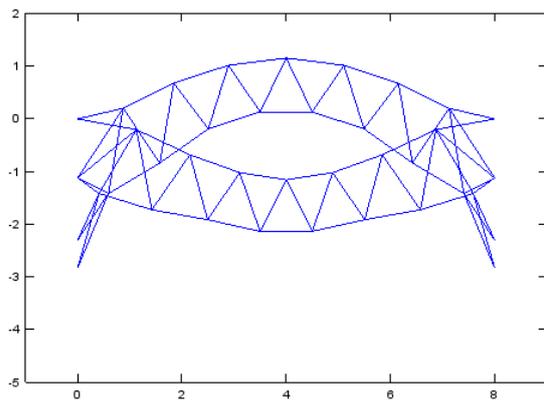


Figura 2 – 1º Harmônico (Fundamental).

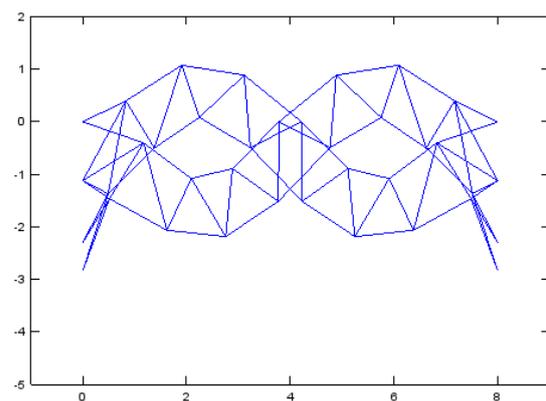


Figura 3 – 2º Harmônico.

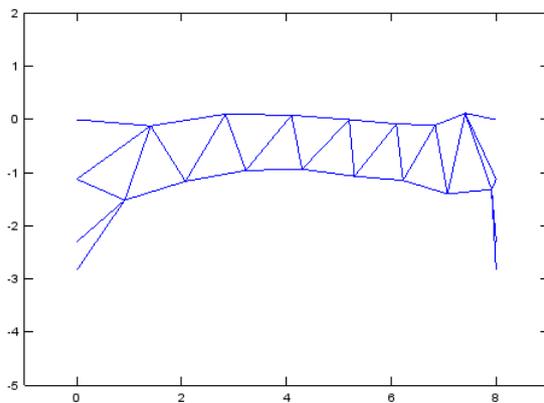


Figura 4 – 3º Harmônico (Longitudinal).

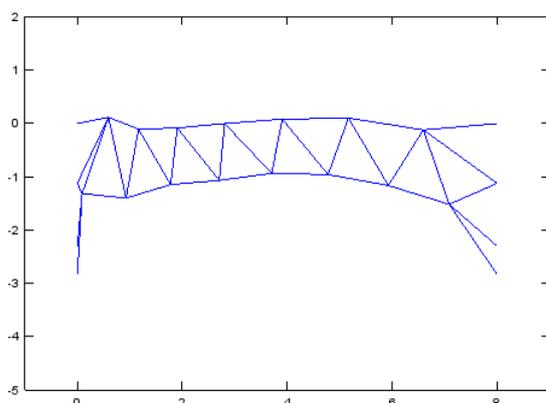


Figura 5 – 3º Harmônico (Longitudinal).

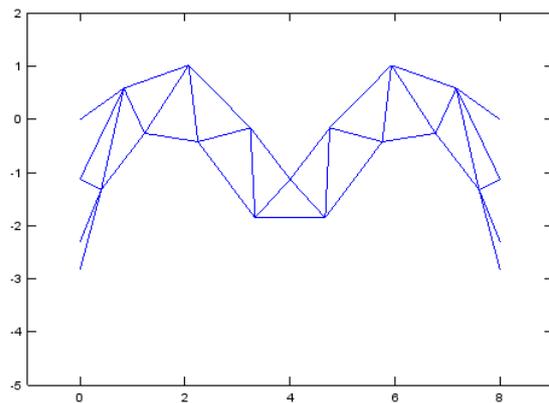


Figura 6 – 4º Harmônico

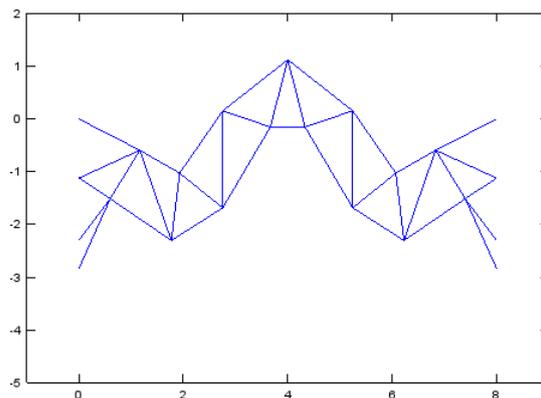


Figura 7 – 4º Harmônico

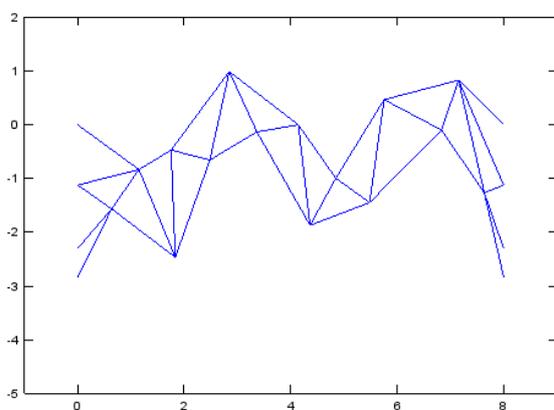


Figura 8 – 5º Harmônico

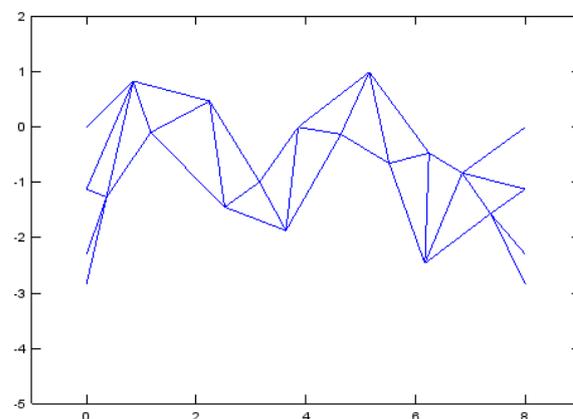


Figura 9 – 5º Harmônico

Para o caso de uma ponte semelhante à mostrada acima, com as mesmas especificações, os valores podem variar devido a erros das mais variadas origens. Dentre as principais fontes de erro a considerar são os erros de arredondamento, modelagem, dados e discretização.

Os erros de arredondamento se fazem presentes devido ao fato de não ser possível considerar todos os algarismos presentes na medida de certas barras, sendo necessário efetuar um arredondamento, que apresenta um erro em relação à medida real. Esse erro propaga-se nos demais processos utilizados para obter os valores acima. Tem-se também o fato de que o Módulo de Young adotado pode ser diferente do real. Quanto aos erros oriundos dos dados, deve-se considerar que as medidas geométricas são inexatas, pois, por exemplo, as barras não são perfeitamente retas e deveríamos considerar isso na análise.

Referente aos erros de modelagem, podemos citar a consideração da gravidade como zero; tal como o fato da concentração das massas da estrutura estar concentrada em seus nós. Também podemos errar ao considerar a ponte como uma treliça, uma vez que as uniões

(juntas e apoios) não são pontuais e sem atrito, as barras não necessariamente obedecem a linearidade da Lei de Hooke e ainda podem flambar, sem contar a possível dilatação térmica ao qual essas podem ser submetidas.

Quantos aos erros de discretização, pode-se citar que a convergência para a situação de equilíbrio (analisada) não resultou num resíduo igual a zero, apesar de pequeno. Ainda no cálculo dos modos de oscilação, não podemos garantir a aritmética exata no cálculo da matriz jacobiana e, conseqüentemente, no cálculo dos autovalores e autovetores associados.

Para identificar qual dessas fontes é a mais significativa deve-se levar em consideração que os erros de arredondamento e discretização são, de certa forma, inerentes ao método, devido ao fato de se tratar de um sistema computacional. Tem-se também o fato de que a modelagem sempre busca simplificar o sistema em análise, o que pode incorrer a um erro que muitas vezes pode afetar consideravelmente os resultados encontrados.

4. CONCLUSÃO

A habilidade de modelar de forma matemática e simulada em um computador um sistema estrutural, como uma ponte, no caso, permite a análise de seus modos e frequências de oscilação natural, que são fundamentais no momento do projeto, uma vez que se deve evitar ao máximo, apesar de todos os agentes externos, que a ponte alcance tais valores de vibração, o que causaria conseqüências indesejadas.

Para evitar essas situações é necessário ter um bom conhecimento e domínio sobre os métodos numéricos relacionados a essas simulações valorizando-se assim, engenheiros práticos à teóricos, uma vez que esses podem prever acontecimentos que os teóricos não esperavam, sendo possível assim contornar possível problemas que o projeto venha a apresentar.

É importante destacar que houve erros e suas respectivas propagações, dos mais diversos tipos e decorrentes das mais variadas fontes. No entanto, muito provavelmente, os referentes à modelagem devem se tratar dos mais expressivos, pois para a análise em questão foram desconsiderados, para efeitos de simplificação, muitos parâmetros importantes.