

# Mecânica de Fluidos Computacional I

Prof. Gustavo Carlos Buscaglia

Laboratório de Matemática Aplicada e Computação Científica (LMACC)  
Departamento de Matemática Aplicada e Estatística  
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC)  
USP – São Carlos

2017

# Mecânica dos Fluidos Computacional

- A Mecânica dos Fluidos é a ciência que estuda o comportamento dos fluidos.
- Este estudo é feito de três formas:
  - **Experimental:** Fenômenos físicos estudados em ambientes controlados.
  - **Teórico:** Obtenção de soluções simplificadas às equações de modelo.
  - **Numérico:** Utilizar o auxílio do computador.
- Neste curso estudaremos a utilização do computador na resolução de vários problemas de mecânica dos fluidos.

## Breve histórico

- Desde os primórdios de nossa civilização, o ser humano se interessa pelo movimento dos fluidos (ventos, rios, clima, etc.)
- **Arquimedes** (287-212 a.C.): planejamento de aquedutos, canais, casas de banho, etc.
- **Leonardo da Vinci** (1452-1519): observou e reportou vários fenômenos, reconhecendo sua forma e estrutura, reportando-os na forma de desenhos e esquemas.



# Breve histórico



- **Isaac Newton (1643-1727):** Muitas contribuições à mecânica dos fluidos
- Sua segunda lei:  $F = m \cdot a$
- Viscosidade: A tensão é proporcional à taxa de deformação.

## Breve histórico



- **Daniel Bernoulli** (1700-1782): Equação de Bernoulli.
- **Leonhard Euler** (1707-1783): Equações de Euler para escoamento invíscido, conservação de quantidade de movimento, conservação de massa, potencial de velocidade.

## Breve histórico



- **Claude Louis Marie Henry Navier**  
(1785-1836)
- **Gabriel Stokes** (1819-1903)
- Introduziram transporte viscoso às equações de Euler, resultando nas equações de Navier-Stokes para escoamentos incompressíveis

## Breve histórico



- **Claude Louis Marie Henry Navier**  
(1785-1836)
- **Gabriel Stokes** (1819-1903)
- Introduziram transporte viscoso às equações de Euler, resultando nas equações de Navier-Stokes para escoamentos incompressíveis

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \otimes u) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu(\nabla u + \nabla u^T)] + \rho g$$

$$\nabla \cdot u = 0$$

## Breve histórico

- Lewis Fry Richardson (1881-1953): desenvolveu o primeiro método numérico para previsão do tempo (escoamento atmosférico)
- Sua tentativa de calcular a previsão do tempo para um período de 8 horas lhe tomou 6 semanas de cálculos, e foi um fracasso.
- Forecast-factory



# Mecânica dos fluidos computacional

- Soluções numéricas das equações de Navier-Stokes demandam muitos cálculos.  
(em 1953, **M. Kawaguti** calculou a solução de um escoamento em torno de um cilindro, levou 18 meses trabalhando 20 horas por semana).
- A evolução da computação beneficia diretamente a área.
- Hoje, com o advento dos supercomputadores, é possível resolver escoamentos complexos com precisão em tempo factível.

# Objetivo da disciplina

- Mostrar como, utilizando a modelagem matemática e o cálculo numérico, é possível resolver problemas de mecânica de fluidos cuja resolução analítica é impossível.

- Cada capítulo do curso será resolvido um problema.
- A modelagem física e matemática será desenvolvida pelo professor.
- O professor sugerirá um ou vários tratamentos numéricos, e os explicará detalhadamente.
- Os estudantes, em grupos de 2, implementarão um programa para cada problema.
- Os programas serão testados e comparados.
- Um estudante escolhido aleatoriamente de cada grupo realizará uma apresentação de quinze minutos. Os slides serão considerados como relatório do grupo.
- A nota final será calculada a partir das notas obtidas em cada trabalho, sendo que todos os capítulos devem ser aprovados.

- 1 Cálculo de forças e torques em hidrostática. Dinâmica de corpos rígidos flutuantes e seu cálculo numérico.
- 2 Aproximação numérica de interfaces com tensão superficial. Minimização da energia e aproximação variacional.
- 3 Modelagem numérica de redes hidráulicas. Origem e tratamento das não-linearidades.
- 4 Resolução numérica das equações de Navier-Stokes incompressíveis. Convergência em malha a uma solução manufaturada.

# Técnicas numéricas envolvidas em cada capítulo

- 1 Parametrização de formas. Interpolação. Integração numérica.  
EDOs numéricas.
- 2 EDOs numéricas. Minimização de funções.
- 3 Grafos e sua representação computacional. Resolução de sistemas de equações não lineares.
- 4 Diferenças finitas. Volumes finitos. Aproximação numérica de EDPs. Cálculo experimental de ordem de convergência.

# Tecnologias relacionadas com cada capítulo

- 1 Engenharia civil. Forças em represas, em prédios, etc. Engenharia naval. Estabilidade de estruturas flutuantes, navios, etc.
- 2 Indústria química. Pintura por imersão, por deposição de sprays. Impressão de jato de tinta. Indústria do petróleo. Separação de misturas. Misturas bifásicas.
- 3 Engenharia hidráulica. Distribuição urbana de água.
- 4 Microfluídica. Lab on a chip. Incorporando turbulência numérica (que não veremos): Meteorologia, Oceanografia, Indústria automotiva, etc.

# Duração estimada de cada capítulo

- 1 Cálculo de forças e torques em hidrostática. Dinâmica de corpos rígidos flutuantes e seu cálculo numérico. ⇒ **3 semanas**
- 2 Aproximação numérica de interfaces com tensão superficial. Minimização da energia e aproximação variacional. ⇒ **4 semanas**
- 3 Modelagem numérica de redes hidráulicas. Origem e tratamento das não-linearidades. ⇒ **3 semanas**
- 4 Resolução numéricas das equações de Navier-Stokes incompressíveis. Convergência em malha a uma solução manufaturada. ⇒ **4 semanas**

# Observações

- Essa disciplina é direcionada a alunos do BMACC, com menos formação em física e fluidos que alunos de engenharia ou física. Em cada capítulo será feita uma revisão rigorosa mas rápida dos conceitos de mecânica que sejam necessários.
- Se espera que os estudantes tenham familiaridade com o cálculo numérico. Os conceitos usados serão definidos mas não fundamentados teoricamente.
- É necessário saber programar. As aulas conterão exemplos de implementação em Octave.
- Seria conveniente ter acesso a uma notebook por grupo.
- Cada capítulo envolverá 2 ou 3 aulas de trabalho em sala, consultando ao professor e/ou ao PAE.
- Haverá sessões de monitoria em laboratório. Definir dia e horário.