SME0206 - BMACC - 02/05/2018

Nome:

No. USP:

Prova 3: Aproximação e mínimos quadrados

---

1. **(3 pontos)** Responder com **V**erdadeiro ou **F**also à esquerda:

   (a) No espaço $V = \mathbb{P}_1(\mathbb{R})$, de polinômios de grau ≤ 1 em 1 variável, a função seguinte é um produto escalar:
   $$(f, g) = f(0)g(0) + f'(0)g'(0) + f(0) + g(0) \; .$$

   (b) No espaço $V = \mathbb{P}_1(\mathbb{R})$, de polinômios de grau ≤ 1 em 1 variável, a função seguinte é um produto escalar:
   $$(f, g) = f(0)g(1) + f(1)g(0) + 4f(0)g(0) \; .$$

   (c) No espaço $V = \mathbb{P}_1(\mathbb{R})$, de polinômios de grau ≤ 1 em 1 variável, a função seguinte é um produto escalar:
   $$(f, g) = f(0)g(0) + f(1)g(1) \; .$$

   (d) No espaço $V = \mathbb{P}_2(\mathbb{R})$, de polinômios de grau ≤ 2 em 1 variável, a função seguinte é um produto escalar:
   $$(f, g) = f(0)g(0) + f'(1)g'(1) + f''(0)g''(0) \; .$$

   (e) No espaço $V = \mathbb{P}_1(\mathbb{R}^2)$, de polinômios de grau ≤ 1 em 2 variáveis ($f(x_1, x_2) = a + bx_1 + cx_2$), a função seguinte é um produto escalar:
   $$(f, g) = f(0, 0)g(0, 0) + f(1, 0)g(1, 0) \; .$$

   (f) No espaço $V = \mathbb{P}_1(\mathbb{R}^2)$, de polinômios de grau ≤ 1 em 2 variáveis, a função seguinte é um produto escalar:
   $$(f, g) = f(0, 0)g(0, 0) + f(1, 1)g(1, 1) + f(0, 1)g(0, 1) \; .$$

---

2. (**2 pontos**) Seja $V = \mathbb{P}_1(\mathbb{R})$ e $(f, g) = f(0)g(0) + f(1)g(1)$. Seja o subespaço $K = \{p \in V \,|\, p(x) = a(1 - x), a \in \mathbb{R}\}$. O elemento $p \in K$ mais próximo a $f(x) = 2 - x$ é:

   $p(x) =$

3. (**3 pontos**) Seja $V = \mathbb{R}^3$ e $(x, y) = x_1y_1 + x_2y_2 + 2x_3y_3$. Seja $K = \{x \in V \,|\, (x, (1, 1, 1)) = 0\}$. Escreva um código Octave que calcule o elemento $z \in K$ mais próximo a (a, b, c), onde a, b e c são dados de entrada.

4. (**3 pontos**) Seja $V = L^2(0, +\infty)$, com produto escalar $(f, g) = \int_0^{+\infty} f(x)\, g(x)\, dx$. Seja $K = \{p \in V \,|\, p(x) = a\, e^{-2x} + b\, e^{-4x}, a, b \in \mathbb{R}\}$. Qual é a melhor aproximação $p^* \in K$ à função $f(x) = e^{-3x}$?

   $p^*(x) =$

Boa prova!