SME0206 - BMACC - 11/04/2018

Nome:

No. USP:

Prova 2: Interpolação

---

1. **(6 pontos)** Responder com **V**erdadeiro ou **F**also à esquerda:

   (a) O sistema de interpolação dado por
   $$V = \mathbb{P}_3 \ , \qquad L = \{L_1 f = f(1),\ L_2 f = f'(1),\ L_3 f = f''(1),\ L_4 f = f'''(1)\} \ ,$$
   está bem definido.

   (b) O sistema de interpolação dado por
   $$V = \mathbb{P}_4 \ , \qquad L = \{L_1 f = f(1),\ L_2 f = f'(1),\ L_3 f = f''(1),\ L_4 f = f'''(1)\} \ ,$$
   está bem definido.

   (c) O sistema de interpolação dado por
   $$V = \mathbb{P}_2 \ , \qquad L = \{L_1 f = f(0),\ L_2 f = f(2),\ L_3 f = f'(1)\} \ ,$$
   está bem definido.

   (d) O sistema de interpolação dado por
   $$V = \{f(x) = \alpha\, e^x + \beta\, e^{-x},\ \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} \ , \qquad L = \{f(0), f'(0)\} \ ,$$
   está bem definido.

   (e) O sistema de interpolação dado por
   $$V = \{f(x) = \alpha\, e^x + \beta\, e^{-x},\ \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} \ , \qquad L = \{f(0), f'(0), f''(0)\} \ ,$$
   está bem definido.

   (f) Seja o domínio o intervalo $[0, 1]$, dividido em n subdomínios $S_i = [x_i, x_{i+1}]$, com $i = 1, \ldots, n$. Isto é, $x_i = (i-1)/n$, $i = 1, \ldots, n+1$. Considere o espaço V das funções contínuas que restritas a cada S_i são elementos de $\mathbb{P}_1$ (espaço P_1-contínuo, no jargão dos elementos finitos). Então o seguinte conjunto de funcionais lineares determina uma interpolação bem definida:
   $$L = \{L_i f = f\left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2}\right) \ , i = 1, \ldots, n\} \ .$$

   (g) Se ao conjunto L do item anterior é adicionada
   $$L_{n+1} = f(0) \ ,$$
   então a interpolação fica bem definida.

   (h) Seja o domínio o intervalo $[0, 1]$, dividido em n subdomínios $S_i = [x_i, x_{i+1}]$, com $i = 1, \ldots, n$. Isto é, $x_i = (i-1)/n$, $i = 1, \ldots, n+1$. Considere o espaço V das funções que restritas a cada S_i são elementos de $\mathbb{P}_0$ (constantes por partes). Então o seguinte conjunto de funcionais lineares determina uma interpolação bem definida:
   $$L = \{L_i f = f\left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2}\right) \ , i = 1, \ldots, n\} \ .$$

   (i) Se ao conjunto L do item anterior é adicionada
   $$L_{n+1} = f(0) \ ,$$
   então a interpolação fica bem definida.

   (j) A equação
   $$\int_0^2 f(x)\ dx = f(0) + f(2)$$
   permite substituir o cálculo de uma integral por apenas duas avaliações de uma função e uma soma. Ela é verdadeira para todo $f \in \mathbb{P}_1$.

   (k) A equação
   $$\int_0^2 f(x)\ dx = f(0) + f(2)$$
   permite substituir o cálculo de uma integral por apenas duas avaliações de uma função e uma soma. Ela é verdadeira para todo $f \in \mathbb{P}_0$.

   (l) A equação
   $$\int_0^2 f(x)^2\ dx = f(0)^2 + f(2)^2$$
   permite substituir o cálculo de uma integral por apenas duas avaliações de uma função e uma soma. Ela é verdadeira para todo $f \in \mathbb{P}_1$.

2. (**5 pontos**) Escrever abaixo da linha um código em Octave que, dados valores y_{n-2} e y_{n-1}, correspondentes a $t = n-2$ e $t = n-1$, devolva o valor de y_n (correspondente a $t = n$) que faz que a interpolada polinomial $p(t)$ que passa por esse três pontos satisfaça a equação diferencial

$$10\,p''(t) + p(t) = 1$$

exatamente ao tempo $t = n$.

```
function yn = advance(yn2,yn1)
...?
```

Notar que não precisa nenhum dado adicional. Nem precisa conhecer o valor de n. Complete a "function" cujos dados são apenas `yn2` e `yn1`.

Aplicando sucessivamente a função `advance` é possível integrar numericamente a EDO acima. Só se o código assim como está escrito roda corretamente é possível obter mais de 3 pontos.